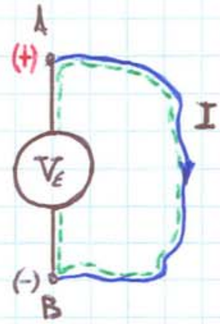
14 maggio 2007 lunedì - FISICA 2 prof. MORESCO MAURIZIO 18:15 ÷ 19:45

Iª LEGGE DI OHM

Lezione n°9 di 20

Riprendiamo in esame il caso di un conduttore metallico attraversato da cariche generate da un generatore ε di FEM.



Si è visto che la FEM $= V_\varepsilon$ del generatore è proporzionale al lavoro per spostare le cariche dal morsetto negativo (-) sino al morsetto positivo (+)

$$V_\varepsilon = \frac{W_{(-)(+)}}{q'} = \frac{1}{q'}\int_{(-)}^{(+)} \underline{\vec{F_i}\,d\vec{s}}$$

Per praticità considereremo qui un conduttore filiforme, ove la sua lunghezza l è preponderante sulla sezione S.

Se guardiamo ora alla singola carica q che si muove nel conduttore attraversando la differenza di potenziale tra A e B si osserva che il filo metallico si riscalda; in particolare si registra esservi una proporzionalità diretta tra

$\Delta Q \propto I^2 \cdot \Delta t$
- il calore ΔQ ed il quadrato della corrente I che attraversa il filo
- il calore ΔQ ed il tempo Δt in cui il filo è attraversato dalla corrente

indicheremo con R tale parametro di proporzionalità, perciò il calore scambiato diventa

$\underline{\Delta Q = RI^2\Delta t}$, e se il tempo $\Delta t \to 0$ cioè prendiamo un tempo dt infinitesimo $\Delta Q \to dQ$ diventa pure infinitesimo $\boxed{dQ = RI^2dt}$

L'unità di misura del calore è naturalmente il [J]

Ma logicamente ci si chiede chi genera questa energia che fisicamente si manifesta sotto forma di calore?

Non sono le cariche dq, che la veicolano solamente tra la sorgente ed il filo conduttore, ma il generatore ε della FEM!!! In termini infinitesimi di carica dq, lavoro dW e calore dQ; considerato che l'energia non può essere distrutta né creata ma solo trasformata scriveremo

1) $dW_{AB} = dq\,V_{AB}$ dalla definizione di FEM
2) $dQ \overset{!}{=} dW_{AB}$ dal I° principio della termodinamica
3) $dQ \overset{!}{=} R\cdot I^2dt$ dall'esperienza di cui sopra condotta per la I° volta da JOULE

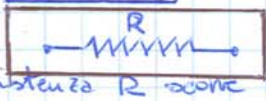
ma ricordando che $I = \frac{dq}{dt} \to dq = I\,dt$ possiamo scrivere sopra dalla (1) e dalla (3)

$(1) = \underline{dq\,V_{AB}} = (3) = RI^2dt = RI(Idt) = \underline{RI\,\cancel{dq}} \longrightarrow \boxed{V_{AB} = R\cdot I}$ Iª LEGGE DI OHM VALEVOLE PER CONDUTTORI METALLICI

Riepilogando: un filo conduttore metallico percorso da corrente I produce calore Q, il fenomeno è conosciuto come EFFETTO JOULE dal nome dello scienziato che per I° l'osservò

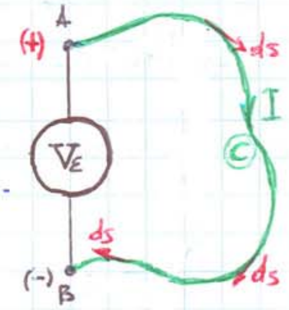
effetto JOULE e Iª legge di OHM sono correlati attraverso il fattore R che risulta una caratteristica del materiale impiegato

Le dimensioni del parametro R sono $R = \frac{V_{AB}}{I} = \frac{[V]}{[A]} = [\Omega] = $ OHM e si può esso calcolare così come proposto dalla Iª legge di OHM, oppure attraverso l'effetto JOULE eseguendo delle accurate misure del calore scambiato $\underline{R = \frac{\Delta Q}{I^2\Delta t}}$, ed il nome con cui lo si indica è di R = resistenza elettrica del conduttore tra i punti A e B ed è simboleggiata dal seguente



Detta altrimenti la legge di OHM recita: quando in un conduttore di resistenza R scorre una corrente I, tra i suoi capi esiste una tensione elettrica $V_{AB} = RI$

II^a LEGGE DI OHM

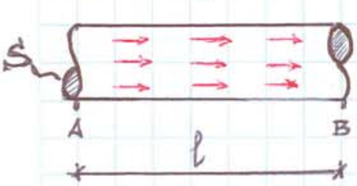


Se il filo conduttore è percorso da cariche q, queste producono un campo elettrico $\underline{E}$; il campo elettrico è legato alla tensione dalla relazione

$$V_{AB} = ©\int_A^B \underline{E}\, d\underline{s}$$

dove © indica il cammino lungo il filo conduttore. Ma considerato che $d\underline{s}$ è il vettore tangente in ogni punto al cammino © seguito allora quale cammino devo scegliere per andare da A verso B per avere V_E?

Se il risultato dipende dal cammino, e ds è in ogni punto tangente al filo conduttore, nel moto STAZIONARIO all'interno del conduttore si misura un campo elettrico $\underline{E} \neq 0$, fatto questo diverso dal caso elettrostatico in regime di equilibrio ove $\underline{E} = 0$.
Cerco dunque una relazione tra il C.E. e la resistenza R tipica e diversa da materiale a materiale.



Riconsideriamo allora il conduttore di lunghezza l e sezione S, che per il momento consideriamo costante, assumendo inoltre che il conduttore sia di materiale omogeneo che al suo interno $\underline{E}$ = costante, pur potendo variare da punto a punto, riprendiamo gli esperimenti e notiamo che

la resistenza R AUMENTA all'aumentare della lunghezza L_{AB} ⇒ vi è una proporzionalità diretta
la resistenza R DIMINUISCE all'aumentare della sezione S ⇒ vi è una proporzionalità inversa
la resistenza R VARIA al variare della sostanza impiegata come conduttore

Definiamo: ρ = RESISTIVITÀ di un conduttore un parametro caratteristico del conduttore, definito sperimentalmente
le dimensioni della resistività sono $\rho = [\Omega]\,[m]$

Citiamo alcuni esempi di resistività ρ per materiali

RAME → $\rho_{Cu} = 1,67 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot m$
ARGENTO → $\rho_{Ag} = 1,59 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot m$
ORO → $\rho_{Au} = 2,35 \times 10^{-8}\ \Omega\, m$

Per gli esperimenti di cui sopra si è visto che la resistenza R aumenta all'aumentare della ρ perciò vi è con essa una proporzionalità diretta.

Sulla base empirica degli esperimenti condotti si può enunciare una nuova legge come al fianco ⟶

$$\boxed{R = \rho \frac{L}{S}}$$

II^a LEGGE DI OHM VALEVOLE PER CONDUTTORI METALLICI

La forma matematica proposta è legata a parametri fisici quali la lunghezza L e, la sezione S che, pur conducendo alla resistenza R sono poco agevoli da trattare nei calcoli operativi.
Allo scopo se vi è l'ipotesi di $\underline{E}$ = costante trovo che $V_{AB} = \int_A^B \underline{E}\, d\underline{s} = E \int_A^B \underbrace{u_E\, ds}_{ds} = E\, L_{AB}$
se poi il materiale è omogeneo $J = I/S \rightarrow \underline{I = J \cdot S}$
Riprendendo la I^a legge di OHM ed introducendo quanto sopra

$$RI = V_{AB} \longrightarrow \left(\rho \frac{L}{\cancel{S}}\right)\cdot\left(J\cancel{S}\right) = E\cancel{L}$$

$$\boxed{\rho J = E}$$

FORMA DIFFERENZIALE LEGGE DI OHM

La forma differenziale proposta relaziona localmente la densità di corrente J, in transito in un conduttore, al campo elettrico E generato dalle cariche in movimento, attraverso la resistività ρ propria del materiale di cui è composto il conduttore. Se qui

Definiamo: σ = CONDUTTIVITÀ ELETTRICA (CONDUCIBILITÀ) del conduttore $= \frac{1}{\rho}$ le cui dimensioni diventano $[\Omega]^{-1}[m]^{-1}$ la forma differenziale diventa

$$\boxed{J = \sigma E}$$

Esempio: conduttore di rame $\rho = 1,67 \cdot 10^{-8}\ \Omega\, m$
$\sigma = 1/\rho = 5,988 \cdot 10^{7} \simeq 6 \cdot 10^{7}\ \Omega^{-1} m^{-1}$
$J = 5\ A/mm^2 = 5 \cdot 10^{6}\ A/m^2$

Dalla $\underline{E} = \rho J = 1,67 \cdot 10^{-8} \cdot 5 \cdot 10^{6} = 8,35 \cdot 10^{-2} \simeq \underline{0,1\ V/m}$

EFFETTI TERMICI

Per lo stesso esercizio si era poi già calcolato che il numero di cariche in gioco è

$$n = \frac{N_A \cdot \overset{\text{densità}}{\rho}}{A_{\text{con}\cdot\text{ottimo}}} = \frac{6{,}022\cdot10^{26}\cdot 8{,}96\cdot10^{3}}{63{,}55} = 8{,}49\cdot10^{28} \text{ cariche}/_{m^3} \approx 8{,}5\cdot10^{28} \;\; '' \;\; ''$$

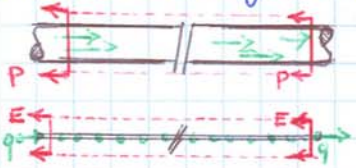
attenzione a non confondere qui la densità ρ del materiale con la sua resistività ρ

mentre la velocità delle cariche, formate da elettroni $q = e = 1{,}6\cdot10^{-19}C$ si è misurata in

$$\underbrace{v = \frac{J}{nq}} = \frac{5\cdot10^{6}}{8{,}5\cdot10^{28}\cdot1{,}6\cdot10^{-19}} = \frac{5}{8{,}5\cdot1{,}6\cdot10^{3}} = \underline{3{,}67\cdot10^{-4}\ m/_s}$$

La considerazione che se ne trae è che l'elettrone si muove molto lentamente ($\sim 1\,mm/_s$) ma, se spingo un pulsante della luce di casa la lampada si accende/spegne subito perché?

Si può qui fare un esempio parallelo con le tubazioni dei fluidi (acqua o gas), quando si apre il rubinetto o si agisce sul pulsante elettrico ciò che si propaga RAPIDAMENTE ed in direzione opposta al moto è la pressione P per i fluidi ed il campo elettrico E per la corrente; non sono dunque le cariche a viaggiare rapidamente, l'effetto che risulta è che l'ultima carica q "spinge avanti" la sua precedente e così lungo tutto il conduttore sino alla prima, che dunque si muove quasi istantaneamente quando si agisce sul pulsante.

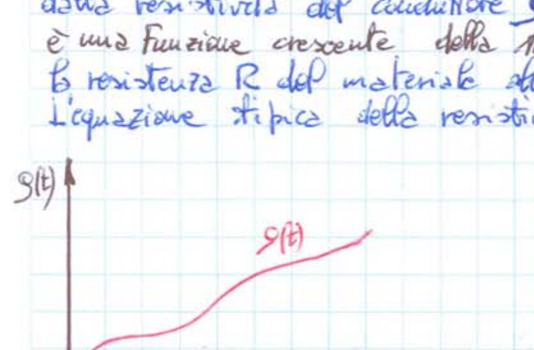


Torniamo ora alla velocità v, abbiamo visto che quando viene espresso dalla formula è la così detta velocità di deriva che in un qualche modo media la velocità reale che varia continuamente a causa degli urti reciproci tra particelle, con conseguenti continue accelerazioni e brusche fermate.

Nel momento in cui la carica si arresta bruscamente $v_{real} = 0$, e l'energia posseduta è CEDUTA SOTTO FORMA DI CALORE Q; la cessione di calore a livello microscopico è quel fenomeno indicato come effetto JOULE, ma abbiamo imparato che l'effetto JOULE è diretto proporzionale alla resistenza R propria del materiale, la quale è a sua volta direttamente discendente dalla resistività del conduttore ρ → la resistività nella maggior parte dei CONDUTTORI METALLICI PURI è una funzione crescente della temperatura, studiarne l'andamento significa conoscere la resistenza R del materiale alle varie temperature.

L'equazione tipica della resistività è

$$\boxed{\rho(t) = \rho_{20^\circ C}\left[1 + \alpha\left(t - 20^\circ C\right)\right]}$$



dove α = COEFFICIENTE TERMICO la cui dimensione è C^{-1}

Per un intervallo limitato (qualche decina di gradi) intorno ai 20°C la $\rho(t)$ è praticamente lineare e, possiamo distinguere tra

PTC materiali con coefficiente di temperatura positivo $\alpha > 0$

NTC materiali con coefficiente di temperatura negativo $\alpha < 0$

Menzioniamo a proposito il platino PT, che tra tutti i materiali presenta un coefficiente termico α = COSTANTE per un AMPIO intervallo, da cui $\rho(t)$ e di conseguenza la sua resistenza R è linearizzata in questo AMPIO intervallo.

$$\underbrace{\rho - \rho_{20}} = \underbrace{\Delta\rho} = \rho_{20}\,\alpha\,\Delta t \longrightarrow \boxed{\alpha = \frac{1}{\rho_{20}}\frac{\Delta\rho}{\Delta t}}$$

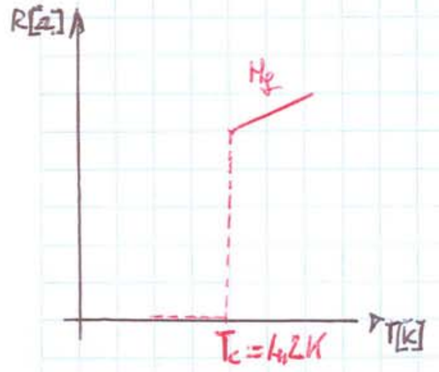
se α = costante = K

$$\Delta t\, K = \frac{1}{\rho_{20}}\Delta\rho$$

$\Delta\rho$ varia linearmente con Δt attraverso $\alpha = K$ = costante

SUPERCONDUTTORI

Indagando sulla resistività ρ dei materiali nel 1911 un tal Heike Kammerlingh-Onnes scoprì che nel caso del mercurio Hg questa cadeva bruscamente a zero al di sotto dei 4,2 K fino ad annullarsi; i materiali che denotano tale caratteristica non sono molti e passano sotto la denominazione di superconduttori



I superconduttori sono importanti perché nella I^a legge di OHM si è visto $V = RI$ perciò

$$dW_{AB} = dq\, V_{AB}$$
$$dQ \doteq dW_{AB}$$
$$dQ \doteq RI^2 dt = (RI)I dt = VI dt$$

e nel caso si calcoli la potenza elettrica spesa per fare il lavoro ohmico

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{VI dt}{dt} \longrightarrow \boxed{P = V_{AB} I = RI^2 = \frac{V^2}{R}}$$

potenza elettrica
le dimensioni sono $[W]$

Definiamo: **TEMPERATURA CRITICA** la temperatura al di sotto della quale $\rho = 0 \rightarrow R = 0$

Ma se nel superconduttore raggiungo lo stato di $R=0 \rightarrow dW = dQ = \phi = RI^2 dt$, ossia le leggi della conduzione non valgono più ed ottengo un passaggio di corrente I senza più dissipare energia sotto la forma di potenza $\rightarrow P = 0$.

Però far raggiungere lo stato di superconduttore presenta delle difficoltà:

1) come ottengo temperature così basse ($\sim 4 \div 5 K$)?
   Le si ottiene con elio liquido He, però i costi legati alla produzione di He liquido sono elevati

2) in presenza di forti campi magnetici la superconduzione viene meno

Ecco allora che a fronte di SUPERCONDUTTORI DI I^A SPECIE quali erano, ad esempio, sostanze elementari

PIOMBO Pb $\rightarrow T_c = 7,23 K$ STAGNO Sn $\rightarrow T_c = 3,72 K$
MERCURIO Hg $\rightarrow T_c = 4,15 K$ ALLUMINIO Al $\rightarrow T_c = 1,18 K$

sono stati elaborati SUPERCONDUTTORI DI II^A SPECIE costituiti da leghe e con temperature critica più elevata

Niobio - Germanio $Nb_3Ge \rightarrow T_c = 23,2 K$
Niobio - Stagno $Nb_3Sn \rightarrow T_c = 18,1 K$

per arrivare infine attualmente ad un materiale composito tra OSSIGENO-BARIO-RAME-YTTRIO con $T_c = 93K$, e che permette di usare azoto liquido N (77K) al posto del costosissimo elio