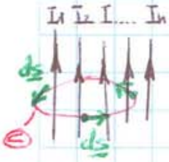
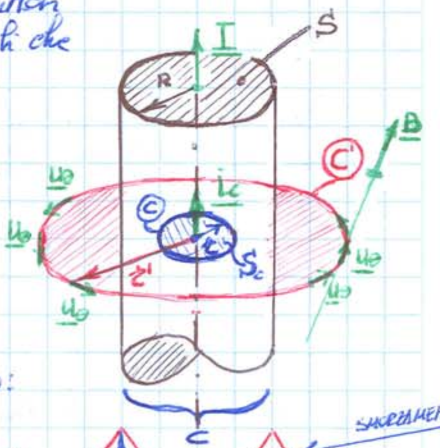
L'importante risultato della legge di Ampere merita un approfondimento attraverso lo studio di un'applicazione pratica -

Si immagini avere un corpo conduttore cilindrico, non filiforme, di sezione S e raggio R, percorso al suo interno dalla corrente $\underline{I}$ -
Si onde per questo calcolare il campo magnetico $\underline{B}$ prodotto dal conduttore C, lo immaginiamo questo come formato da innumerevoli conduttori filiformi ciascuno di intensità di corrente I_i tali che

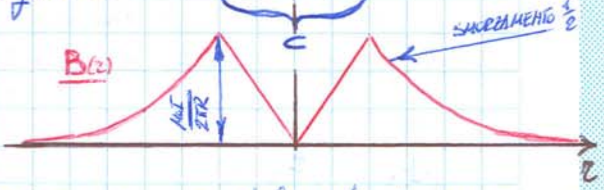


$$\sum_{i=1}^{n} I_i = I$$ nella circuitazione © generica per la legge di Ampere si può scrivere

$$\oint_c \underline{B}\, d\underline{s} = \mu_0 (I_1 + I_2 + \dots I_k) = \mu_0 \sum_{i=1}^{k} I_i$$

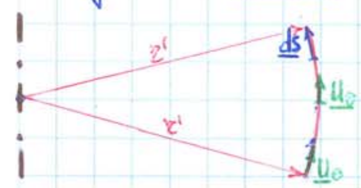


Tornando al conduttore C di raggio R, per la ricerca di $\underline{B}$ distinguiamo:



→ **SE $r' > R$**

nel circuito ©' per risolvere l'integrale $\oint \underline{B}\, d\underline{s}$ ho bisogno di un "*distinguo*" come segue: il generico versore tangente il circuito C' di raggio r' sia $\underline{u}_\theta$, in tale ipotesi si può scrivere



$$\begin{cases} \underline{B} = B(r')\, \underline{u}_\theta \\ d\underline{s} = ds\, \underline{u}_\theta \end{cases}$$

perciò il prodotto scalare si calcola in

$$\underline{B} \cdot d\underline{s} = B\, \underline{u}_\theta \cdot \underline{u}_\theta\, ds = B ds\ 1 \cdot 1 \cdot \cos 0 = B ds,$$

e la corrente che genera il campo $\underline{B}$ è tutta quella che fluisce lungo la sezione $S \Rightarrow I$.
Ricordando infine che per conduttori filiformi il campo magnetico è costante lungo le circonferenze, l'integrale della legge di Ampere diventa

$$\oint_{c'} \underline{B}(r')\, d\underline{s} = \oint_{c'} B(r)\, ds = B(r') \oint_{c'} ds = \underline{B}(r')\, 2\pi r' = \mu_0 I$$

$$\boxed{\underline{B}(r') = \frac{\mu_0 I}{2\pi r'}\underline{u}_\theta} = K_m \frac{2I}{r'}\underline{u}_\theta$$

La legge appena determinata è perfettamente uguale nella struttura a quella già vista di BIOT-SAVART, il che sta a significare che "al di fuori" del conduttore cilindrico C, il campo magnetico è uguale a quello di un conduttore filiforme: si smorza con legge $\frac{1}{r'}$

Nel caso in cui si considera $r' = R \rightarrow B(R) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$

nel caso in cui si considera $\lim_{r \to \infty} \underline{B}(r) = 0$ il campo magnetico all'infinito si annulla

→ **SE $r < R$**

in tal caso la circuitazione © concatena una corrente $i_c \neq I$ e

$$\oint_c \underline{B}\, d\underline{s} = \mu_0 i_c$$

richiede approfondire meglio quanto vale i_c!
Considerata la densità di corrente J, possiamo scrivere

$$i_c = J S_c = J(\pi r^2) = \left(\frac{I}{\pi R^2}\right)(\pi r^2) \longrightarrow \underline{i_c = I \frac{r^2}{R^2}}$$

Noto $i_c = I \frac{r^2}{R^2}$ e con il solito "aiutino" di utilizzare il versore $\underline{u}_\theta$ tale che $\begin{cases} \underline{B}(r) = B(r)\,\underline{u}_\theta \\ d\underline{s} = ds\,\underline{u}_\theta \end{cases}$
e nella ipotesi che lungo la circuitazione © il campo magnetico $\underline{B}(r)$ si mantenga costante, posso scrivere ancora una volta

$$\oint_c \underline{B}(r)\,d\underline{s} = B(r)\oint ds = B(r)\,2\pi r^2 = \mu_0 i_c = \mu_0 I \frac{r^2}{R^2}$$

$$\hookrightarrow B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi r} I \frac{r^2}{R^2} \longrightarrow \boxed{\underline{B}(r) = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{R^2}\,r\,\underline{u}_\theta} = \underbrace{K_m \frac{2I}{R^2}\,r}$$

campo magnetico "all'interno" di un conduttore cilindrico

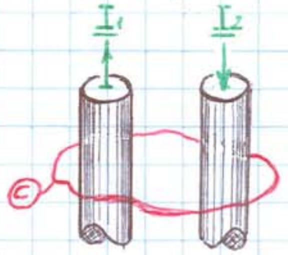
Si osserva qui che

- l'equazione dell'andamento del campo magnetico all'interno di un conduttore cilindrico è una RETTA
- se consideriamo $\underline{\lim_{r\to 0}} B(r) = 0$; il c.m. si annulla sull'asse del conduttore
- se calcoliamo $\underline{\lim_{r\to R} B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}}$ che coincide con quanto già trovato con $B(r')$ ma notiamo anche

$$\left.\begin{aligned} B'(r) &= \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} \\ B'(r') &= (-)\frac{\mu_0 I}{2\pi (r')^2} \end{aligned}\right\}$$

le due derivate sono diverse $B'(r) \neq B'(r')$ ciò significa che in $r=R=r'$ ho derivata destra e derivata sinistra ma sono diverse, cioè in R c'è una CUSPIDE

Diamo ora un banale esempio pratico, ove consideriamo due conduttori cilindrici C_1 e C_2 percorsi rispettivamente da correnti I_1 ed I_2



Supposto nota la corrente I_1 normalmente viene fornito anche il risultato dell'integrale della legge di Ampere

$$I_1 = 100\,A$$

$$\underbrace{\Lambda_B} = \oint_c \underline{B}\,d\underline{s} = \underbrace{10^{-6}\,Tm}$$

cioè non mi devo preoccupare del risultato della legge di Ampere, non devo mettere "il naso" dentro all'integrale perché mi viene già fornito il suo risultato.
È questa una situazione tipica per la soluzione dei problemi: lungo la circuitazione © è già noto Λ_B e non fare mai l'errore di entrare nella ricerca della soluzione dell'integrale $\oint_c \underline{B}\,d\underline{s}$, perché spesso non agevole o addirittura molto complicata.
Tornando al problema sopra si vuole calcolare I_2, dato il suo verso come non preoccupandoci della legge di Ampere dal punto di vista del calcolo, visto che è un dato conosciuto, si può scrivere

$$\Lambda_B = \oint_c \underline{B}\,d\underline{s} = \mu_0\left(I_1 + (-)I_2\right) = \mu_0\left(I_1 - I_2\right)$$

$$I_1 - I_2 = \frac{\Lambda_B}{\mu_0} \longrightarrow \underline{I_2 = I_1 - \frac{\Lambda_B}{\mu_0}}$$

per i calcoli ricordando che "d'ufficio" $K_m = 10^{-7}$

$$K_m = \frac{\mu_0}{4\pi} \longrightarrow \underline{\mu_0 = 4\pi 10^{-7} = 4\pi K_m}$$

introducendo i valori numerici si ottiene che

$$I_2 = 100 - \frac{10^{-6}}{4\pi 10^{-7}} = 100 - \frac{10}{4\pi} = \frac{10^2\cdot 4\pi - 10}{4\pi} \simeq \frac{1256-10}{4\pi} = \frac{1246}{4\pi} = \underline{I_2 = 99,15\,A}$$

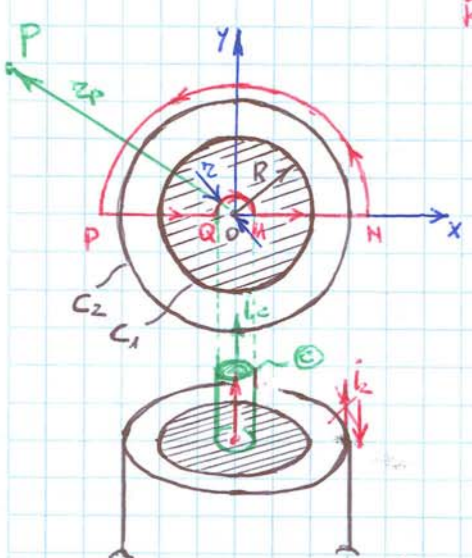
ESERCIZIO n° 7.16 pagina 200

Un conduttore cilindrico C_1 molto lungo, parallelo all'asse z, è percorso dalla corrente i_1, distribuita uniformemente con densità J_1 su tutta la sezione di raggio $R = 2\,cm$. Esso è contornato da un conduttore cavo C_2, molto sottile, concentrico con C_1 percorso dalla corrente i_2. Il campo magnetico a distanza $r = \frac{1}{4}R = 0{,}5\,cm$ dal centro O vale $B_r = 20\,\mu T$, la circuitazione del campo magnetico $\underline{B}$ lungo il percorso MNPQ indicato in figura vale $\Lambda(\underline{B}) = 0$. Calcolare

a) l'intensità della corrente i_1

b) il valore del campo magnetico B_P in un punto esterno a C_2 alla distanza $r_p = 10\,cm$ dal centro O

RISOLVO



Il testo ci dice che ad una distanza di $r = 0{,}5\,mm$ il campo magnetico vale $B_r = 20\,\mu T$ significa che la corrente concatenata i_c dal circuito circolare di tale raggio vale, per la legge di Ampere

$$\oint_c \underline{B}\,d\underline{s} = \mu_0 i_c = 20\,\mu T = 20 \cdot 10^{-6}$$

ma supposto $\underline{B}$ costante e, ricordando che all'interno di un conduttore cilindrico $\underbrace{i_c = \frac{r^2}{R^2} i_1}$ possiamo scrivere

$$\oint_c \underline{B}\,d\underline{s} = B\oint_c ds = \underbrace{B\,2\pi r} = \mu_0 i_c = \underbrace{\mu_0 \frac{r^2}{R} i_1}$$

$$\underbrace{B_r = \mu_0 \frac{i_1}{2\pi}\frac{r}{R^2}}$$

accade che tutta la corrente fluente nel conduttore C_1 nella sezione compresa tra $r \div R$ e quella fluente in $C_2 \to i_2$ non forniscono alcun contributo; nella relazione sopra unica incognita è la corrente i_1 perciò

$$B(r) = \underbrace{\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)}_{K_m} 2 i_1 \frac{r}{R^2} \longrightarrow \underbrace{i_1 = \frac{B_r R^2}{2K_m r}} = \frac{4\cdot 20\cdot 10^{-6}\cdot 4\cdot 10^{-4}}{2\cdot 10^{-7}\cdot 5\cdot 10^{-3}} = 4\cdot 2\cdot\frac{10}{10} = \underline{8\,A}$$ risposta quesito (a)

Per il quesito 2 necessito calcolare i_2 allo scopo considerato $\Lambda_B = 0$ significa che le correnti concatenate nel circuito MNPQ sommate algebricamente danno contributo nullo, mi aspetto poi che i_1 ed i_2 siano discordi perché $\underline{\mu_0 \Sigma(i_c) = 0}$

la superficie di C_1 compresa nel circuito vale $S_1 = \frac{1}{2}(\pi R^2 - \pi r^2) = \frac{\pi}{2}(R^2 - r^2)$

" " C_2 " " " " $S_2 = \frac{1}{2}$

La densità di corrente per il conduttore C_1 vale $J_1 = \frac{i_1}{\pi R^2}$

Per la legge di Ampere scriviamo

$$\Lambda_B = \mu_0(I_1 + I_2) = \mu_0(J_1 \cdot S_1 + J_2 S_2) = \mu_0\left[\frac{i_1}{\pi R^2}\frac{\pi}{2}(R^2 - r^2) + \frac{1}{2} i_2\right] = \underline{\frac{1}{2}\mu_0\left(i_1 \frac{R^2 - r^2}{R^2} + i_2\right) = 0}$$

dove l'unica incognita è la corrente i_2 cercata

$$\underbrace{i_2 = (-) i_1\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)} =$$ il segno negativo (−) indica che l'ipotesi del verso di i_2 è errata $$= (-)8\left(1 - \frac{0{,}25}{4}\right) = (-)8 \cdot 0{,}9375 = \underline{(-)\,7{,}5\,A}$$

Da cui il campo magnetico $B_p = \mu_0(I_1 - I_2) = \mu_0\left(\frac{i_1}{2\pi r_p} - \frac{i_2}{2\pi r_p}\right)$

ad $r_p = 10\,cm$ vale

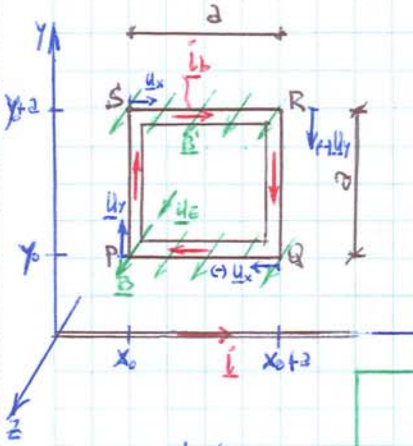
$$B_p = \frac{\mu_0}{2\pi r_p}(i_1 - i_2) = 10^{-7}\cdot\frac{1}{10^{-1}}\cdot 2\cdot(8 - 7{,}5) = \underline{1\cdot 10^{-6}\,T = 1\,\mu T}$$

ESERCIZIO 7.A4 pagina 199

Una bobina conduttrice rigida quadrata di lato $a = 2\,cm$, formata da $N = 20$ spire compatte, è percorsa dalla corrente $i_b = 2A$ ed è posta a distanza y_0 da un filo indefinito percorso dalla corrente $i = 50A$. I versi delle correnti sono quelli indicati in Figura. Calcolare:

a) La forza $\underline{F}(y_0)$ che agisce sulla bobina

b) Il lavoro W compiuto dalla stessa forza per spostare la bobina da $y_1 = 1\,cm$ ad $y_2 = 2\,cm$



RISOLVO

Scomponendo il problema risulta che il filo indefinito interagisce con i lati $\overline{PQ}$ ed $\overline{SR}$ della bobina secondo la legge di Laplace (II)

$$d\underline{F} = i_b \underline{u}_T \times \underline{B}\, dl$$

LATO SR

$\underline{u}_T = \underline{u}_x$

$\underline{B}' = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi(y_0+a)} \underline{u}_z$

$$\underline{F}_{SR} = \int_{x_0}^{x_0+a} i_b \underline{u}_x \times \frac{\mu_0 i}{2\pi(y_0+a)} \underline{u}_z\, dx = i_b \frac{\mu_0 i}{2\pi(y_0+a)} (-)\underline{u}_y \int_{x_0}^{x_0+a} dx = \underline{F}_{SR} = i_b a \frac{\mu_0 i}{2\pi(y_0+a)} (-)\underline{u}_y$$

LATO QP

$\underline{u}_T = (-)\underline{u}_x$

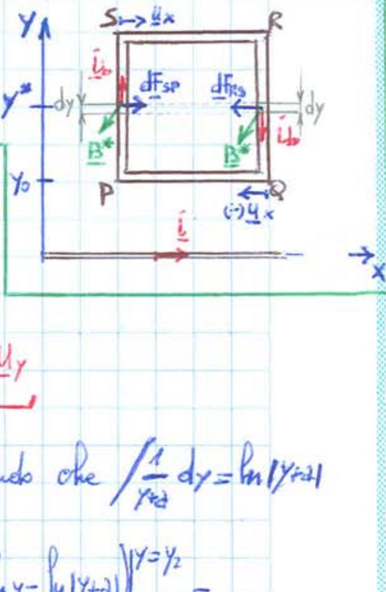
$\underline{B} = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi y_0} \underline{u}_z$

$$\underline{F}_{QP} = \int_{x_0}^{x_0+a} i_b (-)\underline{u}_x \times \frac{\mu_0 i}{2\pi y_0} \underline{u}_z\, dx = i_b \frac{\mu_0 i}{2\pi y_0} (+)\underline{u}_y \int_{x_0}^{x_0+a} dx = \underline{F}_{QP} = i_b a \frac{\mu_0 i}{2\pi y_0} (+)\underline{u}_y$$

Lungo i tratti $\overline{SP}$ ed $\overline{RQ}$ invece le cose si complicano perchè il campo magnetico $\underline{B}$ è in progressiva VARIAZIONE, man mano che ci si allontana dal filo conduttore, in conformità alla legge di Biot Savart $\underline{B} = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi y} \underline{u}_z$; ma se consideriamo qui un tratto infinitesimo di bobina dy tale da poter supporre al suo interno il campo magnetico costante $\underline{B}^* = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi y^*} \underline{u}_z = \text{COSTANTE}$ possiamo scrivere

$$d\underline{F}_{SP} = i_b \underline{u}_y \times \underline{B}^* dy = i_b \frac{\mu_0 i}{2\pi y^*} (+)\underline{u}_x\, dy$$

$$d\underline{F}_{RS} = i_b (-)\underline{u}_y \times \underline{B}^* dy = i_b \frac{\mu_0 i}{2\pi y^*} (-)\underline{u}_x\, dy$$



Le due forze infinitesime agenti su due elementi "contrapposti" di bobina sono in modulo uguali ma verso opposto, e con stessa retta di azione $\underline{u}_x$

$$d\underline{F}_{SP} = (-)d\underline{F}_{RS} \rightarrow \underline{F}_{SP} + \underline{F}_{RQ} = \underline{0}$$

La risultante delle forze agenti sui lati $\overline{SP}$ ed $\overline{RQ}$ è nulla

Possiamo concludere dunque che la forza agente sulla bobina vale (per $N=20$ spire)

$$\underline{F}(y_0) = (\underline{F}_{SR} + \underline{F}_{QP})N = \left[i_b a \frac{\mu_0 i}{2\pi(y_0+a)} (-)\underline{u}_y + i_b a \frac{\mu_0 i}{2\pi y_0} \underline{u}_y \right] N = \underline{F}(y_0) = N i_b i \frac{\mu_0}{4\pi} 2a \left[\frac{1}{y_0} - \frac{1}{y_0+a} \right] \underline{u}_y$$

Il lavoro compiuto per spostare la bobina vale $W = \int_{y_1}^{y_2} \underline{F}\, d\underline{y}$ e ricordando che $\int \frac{1}{y+a} dy = \ln|y+a|$ troviamo che

$$W_{y_1 y_2} = \int_{y_1}^{y_2} (N i_b i K_m 2a)\left[\frac{1}{y} - \frac{1}{y+a}\right] dy = (N i_b i K_m 2a)\left(\int_{y_1}^{y_2} \frac{1}{y} dy - \int_{y_1}^{y_2} \frac{1}{y+a} dy \right) = (N i_b i K_m 2a)\left(\ln y - \ln|y+a|\right)\Big|_{y=y_1}^{y=y_2} =$$

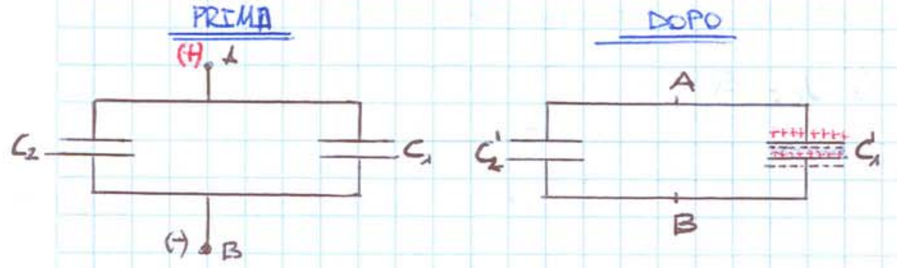
$$= (N i_b i K_m 2a)\left(\ln \frac{y}{y+a}\right)\Big|_{y=y_1}^{y=y_2} = (N i_b i K_m 2a)\left(\ln \frac{y_2}{y_2+a} - \ln \frac{y_1}{y_1+a} \right) = W_{y_1 y_2} = N i_b i K_m 2a \ln\left[\frac{y_2(y_1+a)}{y_1(y_2+a)}\right]$$

$$= 2\cdot 10 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \ln\left(\frac{2(3)}{1(4)}\right) = 8 \cdot 10^{-6} \cdot \ln\left(\frac{3}{2}\right) = \underline{3{,}24 \cdot 10^{-6}\, J}$$

ESERCIZIO n° 4.39 pagina 105

Due condensatori, di capacità $C_1 = 200\ pF$ e $C_2 = 10^3 pF$, collegati in parallelo, vengono caricati con una d.d.p. = 400 volt e quindi isolati.
Successivamente lo spazio tra le armature di C_1 viene completamente riempito di acqua distillata, contenuta in un sottile contenitore ($K = 80$). Calcolare
a) la variazione ΔV della differenza di potenziale tra A e B
b) la variazione della carica Δq_1 sulle armature di C_1

RISOLVO



Quando il generatore di FEM è collegato $V = 400$ volt = costante, e nel caso di condensatori in parallelo ricordo vale
Inoltre si può subito calcolare la carica circolante che permane anche dopo aver allontanato il generatore di FEM -

$$\underbrace{C = C_1 + C_2}\ = 200 \cdot 10^{-12} + 1000 \cdot 10^{-12} = \underbrace{1{,}2 \cdot 10^{-9} F}$$

$$Q = C\,V = 1{,}2 \cdot 10^{-9} \cdot 4 \cdot 10^{2} = 0{,}48 \cdot 10^{-6}\ C = Q_1 + Q_2 \quad Q_1 = C_1 V = 8 \cdot 10^{-8} C \quad Q_2 = C_2 V = 4 \cdot 10^{-7} C$$

$$= Q_1' + Q_2'$$

Dopo aver rimosso il generatore e riempito di acqua distillata C_1, le capacità dei condensatori cambiano in

$$C_1' = K C_1 = 80 \cdot 200 \cdot 10^{-12} = 16 \cdot 10^{-9} F$$
$$C_2' = C_2 = 1000\,pF = 10^{-9} F$$
$$C' = C_1' + C_2' = 16 \cdot 10^{-9} + 10^{-9} = 17 \cdot 10^{-9} F$$

Per il principio di conservazione della carica $Q' = Q = C' V' \rightarrow V' = \frac{Q}{C'} = \frac{0{,}48 \cdot 10^{-6}}{17 \cdot 10^{-9}} = 28{,}24\,V$
e la differenza di potenziale tra prima con generatore e dopo

$$\Delta V = V' - V = 28{,}24 - 400$$
$$= (-)\ 371{,}76 \text{ volt}$$

Nota la tensione V' e le capacità C_1' e C_2'

$$Q_1' = C_1' V' = 16 \cdot 10^{-9} \cdot 28{,}24 = 4{,}52 \cdot 10^{-7} C$$
$$Q_2' = Q - Q_1' = 0{,}48 \cdot 10^{-6} - 4{,}52 \cdot 10^{-7} = 2{,}8 \cdot 10^{-8} C$$

e la variazione di carica al condensatore C_1 vale $\Delta Q_1 = Q_1 - Q_1' = 8 \cdot 10^{-8} - 4{,}52 \cdot 10^{-7}$
cioè al condensatore C_1 si accumula carica

$$= (-)\ 3{,}72 \cdot 10^{-7} C$$

Se ora si volesse, fuori tema, determinare la carica di polarizzazione σ_p in C_1 potrei usare

- $\sigma_p = \frac{K-1}{K}\sigma_l$ non conosco però la densità di carica libera σ_l e non posso calcolarla perché non conosco le geometrie dei condensatori. la Formula NON è utilizzabile
- $\sigma_p = \varepsilon_0 (K-1) E_1$ non conosco il campo $E_1 \Rightarrow C = \varepsilon_0 \frac{S}{h}$ e non posso calcolarlo perché mi manca l'altezza h delle armature, dunque la formula NON è utilizzabile

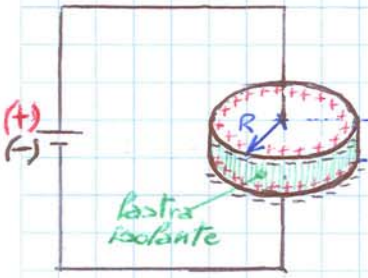
La domanda fuori tema non è risolvibile, perché ci sono troppo pochi dati a disposizione

ESERCIZIO n° 4.34 pagina 104

Un condensatore piano, armature circolari di raggio $R=20$ cm distanti $d=0,5$ cm, è collegato ad un generatore con $V_0 = 100$ V. Lo spazio tra le armature viene completamente riempito con una lastra isolante, di costante dielettrica $K_e = 2,5$. Calcolare:

a) la variazione di energia elettrostatica ΔU_e.
b) il valore del campo elettrico E_K.
c) il valore del vettore di polarizzazione.

RISOLVO



Ricordiamo la relazione che lega l'energia elettrostatica alle caratteristiche elettriche del circuito

$$U_e = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV$$

la carica Q non è nota e non ci sono elementi per poterla calcolare, perciò la II^a e la IV^a equazione non sono utilizzabili

Mentre la capacità del condensatore piano, me la posso calcolare; nel vuoto vale

$$C = \frac{\varepsilon S}{d} = \frac{\varepsilon \pi R^2}{d} = \frac{8.85\cdot10^{-12}\cdot\pi\cdot 4\cdot10^{-2}}{5\cdot10^{-3}} = \frac{8,85\,\pi\,4}{5}\cdot10^{-11} \cong 2,23\cdot10^{-10}F = 223\,pF$$

Mentre nel dielettrico la capacità diventa $C' = KC = 2,23\cdot10^{-10}\cdot2,5 = 5,56\cdot10^{-10}F$
A questo punto ho tutti gli elementi per calcolare

$$\Delta U_e = U_e' - U_e = \frac{1}{2}V^2(C'-C) = \frac{1}{2}V^2C(K-1) = 5\cdot10^{-1}\cdot10^4\cdot2,23\cdot10^{-10}\cdot15\cdot10^{-1} = (5\cdot2,23\cdot15)\cdot10^{-8}$$

$$= \underline{1,67\cdot10^{-6}\,J}$$ risposta al quesito (a)

Supposto ora sia E = COSTANTE, per due piani indefiniti vale $V = Ed$ perciò

$$E_K = \frac{V}{d} = \frac{1\cdot10^2}{5\cdot10^{-3}} = \frac{2}{10}\cdot10^{5} = \underline{2\cdot10^4\text{ volt}}$$ 20000 volt - risposta al quesito (b)

Il campo elettrico così calcolato non è quello nel vuoto E_0 ma quello misurato in presenza del materiale dielettrico tra le armature del condensatore $E_0/E_K = K \to \underline{E_0 = K E_K}$
e perciò la densità di carica di polarizzazione vale

$$\sigma_p = \varepsilon(K-1)E_K = 8,85\cdot10^{-12}(2,5-1)\cdot2\cdot10^4 = 8,85\cdot1,5\cdot2\cdot10^{-8} = \underline{\sigma_p = 2,66\cdot10^{-7}\,C/m^2}$$

Per verificare l'esattezza del calcolo, se determino la densità di carica libera σ_l posso scrivere $\sigma_p = \sigma_l(1-1/K)$ allo scopo

$$Q' = V\cdot C' = 10^2\cdot5,56\cdot10^{-10} = 5,56\cdot10^{-8}\text{ Coulomb}$$

mentre dalla definizione di densità di carica ora disponiamo di tutti gli elementi per calcolare nuovamente

$$\sigma_l = \frac{Q'}{S} = \frac{Q'}{\pi R^2} = \frac{5,56\cdot10^{-8}}{\pi\cdot4\cdot10^{-2}} = 4,43\cdot10^{-7}\,C/m^2$$

$$\sigma_p = \sigma_l\left(\frac{K-1}{K}\right) = 4,43\cdot10^{-7}\left(\frac{2,5-1}{2,5}\right) = 2,66\cdot10^{-7}\,C/m^2$$ valore uguale a quanto già sopra determinato