TRASFORMATORI

23/07/2005

Il trasformatore è una macchina elettrica statica composto di tre parti

1) Avvolgimento primario: assorbe energia con un determinato valore V e frequenza.
2) Uno o più avvolgimenti secondari: restituisce l'energia a meno delle perdite alla stessa frequenza ma a tensione diversa.
3) Un circuito magnetico chiuso: NUCLEO dove si chiude la maggior parte del flusso magnetico messo in gioco dalle correnti che percorrono gli avvolgimenti avvolti attorno al nucleo. Trattandosi di flusso alternato, il nucleo è formato da lamierini magnetici di piccolo spessore e di alta permeabilità isolati tra loro e con il piano di laminazione parallelo alle linee di flusso in modo da ridurre le perdite per correnti parassite (che sono ⊥ a $\vec{B}$)

TIPI DI TRASFORMATORI

- MONOFASI o Trifasi per funzionamento a tensione e frequenza di alimentazione costanti con avvolgimenti secondari elettricamente separati dall'avvolgimento primario e tra loro (trasformatori propriamente detti)
- MONOFASE o Trifasi per funzionamento a tensione e frequenza di alimentazione costanti, con avvolgimento primario e secondario elettricamente collegati tra loro (cosidetti AUTOTRASFORMATORI)

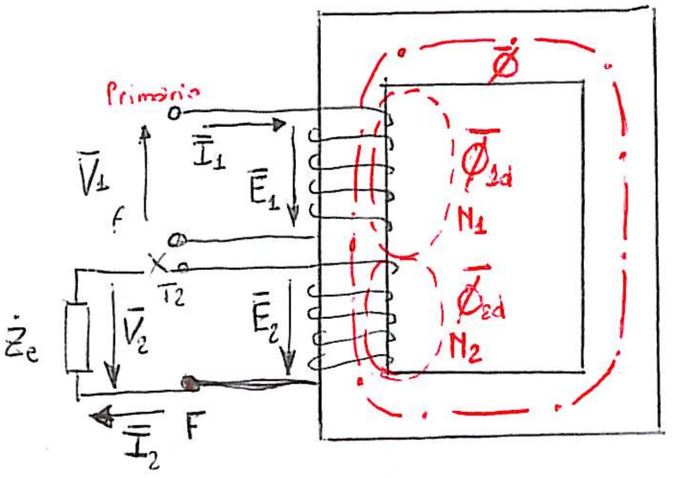
Costruttivamente i trasformatori possono avere i nuclei a colonne o a mantello o corazzati. Un'altra soluzione costruttiva per i trasformatori trifase è rappresentata dal nucleo a cinque colonne.

Gli avvolgimenti possono essere concentrici o a bobine alternate

Nella maggioranza dei casi i trasformatori trifase presentano nucleo a colonne ed avvolgimenti concentrici.

I TRASFORMATORI VENGONO RAFFREDDATI IN ARIA O OLIO. (La circolazione può essere naturale o forzata).

TRASFORMATORE MONOFASE (Equazioni fondamentali)



Φ_{1d} = flusso di dispersione che concatena il solo primario

Φ_{2d} = flusso di dispersione che concatena il solo secondario.

$$K = \frac{V_{1m}}{V_{2m}} = m$$

è uguale solo quando si trascura la corrente I_0

$$\bar{V}_2 = \dot{Z}_e \bar{I}_2$$

$\bar{I}_1$ corrente assorbita dal primario a carico

Φ = valore efficace del flusso utile che concatena il primario e del secondario

N_1, N_2 = numero di spire del primario e del secondario.

Φ_M = Valore massimo del flusso utile.

R_1, R_2 = Resistenze dell'avvolgimento primario e secondario.

$$L_1 = \frac{N_1 \Phi_{1d}}{I_1}$$ Induttanza di dispersione corrispondente Φ_{1d}

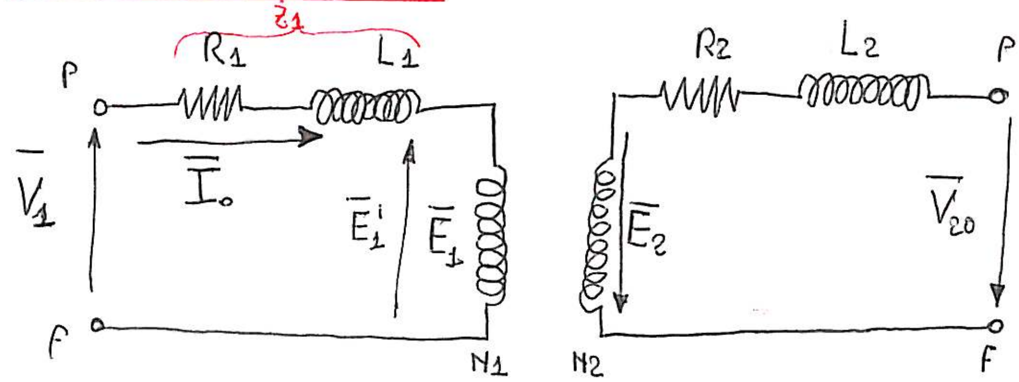
$$L_2 = \frac{N_2 \Phi_{2d}}{I_2}$$ Induttanza di dispersione corrispondente al flusso Φ_{2d}

$X_1 = \omega L_1$ reattanza di dispersione del primario

$X_2 = \omega L_2$ reattanza di dispersione del secondario

A SECONDA DELLE DIVERSE CONDIZIONI DEL CARICO SI HA UN DIVERSO COMPORTAMENTO.

Funzionamento a vuoto



$\overline{I}_0$ CORRENTE A VUOTO

La corrente $\overline{I}_0$ percorrendo le N_1 spire da luogo nel circuito magnetico ad un flusso sinusoidale $\overline{\phi}$ che concatena sia le N_1 che le N_2 spire

Le f.e.m. $\overline{E}_1$ e $\overline{E}_2$ indotte dal flusso $\overline{\phi}$ rispettivamente nell'avvolgimento primario e nel secondario sono esprimibili nella forma seguente.

$$\overline{E}_1 = -J\omega\overline{\phi} N_1 = -J\omega \frac{\overline{\phi}_M}{\sqrt{2}} N_1$$ il modulo vale $E_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot f \, \phi_M N_1 \approx 4.44 \cdot f \cdot \phi_M N_1$

$$\overline{E}_2 = -J\omega\overline{\phi} N_2 = -J\omega \frac{\overline{\phi}_M}{\sqrt{2}} N_2$$ con modulo $E_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f \cdot \phi_M N_2 \approx 4.44 \cdot f \cdot \overline{\phi}_M N_2$

La corcondanza di segno tra $\overline{E}_1$ ed $\overline{E}_2$ è conseguente al verso concorde di percorrenza assunto per i due avvolgimenti supposti avvolti fisicamente nello stesso tempo.

La circolazione della corrente $\overline{I}_0$ da luogo nel primario a una caduta di tensione. $\dot{Z}\overline{I}_0 = (R_1 + JX_1)\overline{I}_0$ piccola e generalmente trascurabile rispetto a V_1 alle estremità delle N_1 spire si ha una tensione:

$$\boxed{\overline{E}_1' = \overline{V}_1 - \dot{Z}_1\overline{I}_0}$$

$\overline{E}_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f \phi_M \cdot N_1$

$E_1 = \omega f \phi_M N_1$

Equilibrata dalla f.e.m. $\overline{E}_1$ che il flusso $\overline{\phi}$ induce nelle N_1 spire è di valore

$$\boxed{\overline{E}_1 = -\overline{E}_1'}$$

$$\bar{\phi}_M = \frac{\sqrt{2}\,\bar{E}_1}{-J\omega N_1} = \underbrace{\frac{\sqrt{2}\,E_1'}{J\omega N_1}}_{\text{Primo cambio di segno}} = \frac{-J\sqrt{2}\left(\bar{V}_1 - \dot{Z}_1\bar{I}_0\right)}{\omega N_1} \qquad \text{DA } E = -J\omega N\phi$$

In base alla legge di Ohm per i circuiti magnetici vale la relazione

$$\boxed{\bar{M}_0 = N_1\bar{I}_0 = \dot{R}_e\bar{\phi}}$$

Si ottiene pertanto:

$$\boxed{\bar{I}_0 = \frac{\dot{R}_0\bar{\phi}_M}{N_1\sqrt{2}}}$$

R_0 è la riluttanza del circuito magnetico percorso dal flusso principale.

Trascurando la caduta $\dot{Z}_1\bar{I}_0$ rispetto a $\bar{V}_1$ si ricava direttamente la corrente a vuoto in funzione della tensione di alimentazione.
La riluttanza R_0 è complessa a causa delle perdite nel ferro del nucleo.
Ne consegue che la corrente $\bar{I}_0$ non è in fase con $\bar{\phi}_M$ ed è sfasata di un angolo $\varphi_0 < \frac{\pi}{2}$ rispetto alla tensione $\bar{E}_1'$ presentando le due componenti:

I_a persa nel ferro, in fase con $\bar{E}_1'$ componente attiva della corrente a vuoto; ad essa corrisponde la potenza attiva $E_1' I_a$ che compensa le perdite nel ferro del nucleo.

$\bar{I}_\mu$ in quadratura con $\bar{E}_1'$ e quindi in fase con $\bar{\phi}_M$ (componente magnetizzante della corrente a vuoto); ad essa corrisponde la potenza reattiva $E_1' I_\mu$ necessaria per magnetizzare il nucleo e produrre il flusso.

$$\boxed{\bar{I}_0 = \bar{I}_\mu + \bar{I}_a}$$

$$\boxed{\cos\varphi_0 = \frac{I_a}{I_0} \quad \text{Fattore di potenza a vuoto}}$$

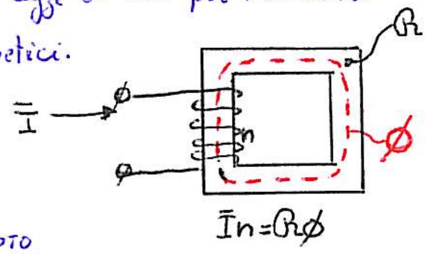
TRASFORMATORI: PRINCIPI DI BASE

$$\begin{cases} \mathcal{R}\phi = f.m.m. \\ \bar{I}\cdot n = f.m.m. \end{cases}$$

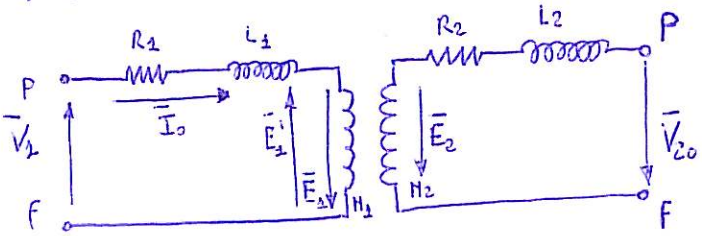
quindi vale $\bar{I}\cdot n = \mathcal{R}\phi$ è la legge di Ω per i circuiti magnetici.

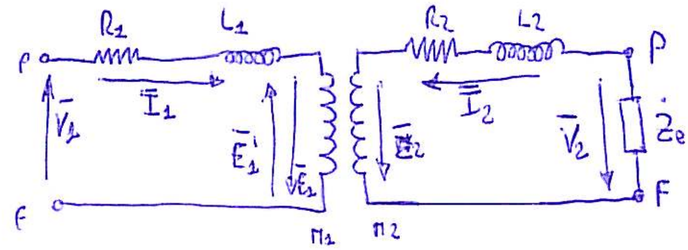
$$\boxed{\bar{I} = \frac{\mathcal{R}\phi}{n}}$$

$\phi = \frac{\phi_M}{\sqrt{2}}$



$f.m.m. = M$ forza magneto motrice





TRASFORMATORE A VUOTO

$\bar{I}_0$ è la corrente che a vuoto crea il flusso ϕ che produce poi $\bar{E}_2$ sul circuito secondario.
Essendo aperti i terminali P e F non circola nessuna corrente I_2 e quindi $\bar{V}_{20} = \bar{E}_2$

TRASFORMATORE A CARICO

$I_1 = I_0 + I_\mu$

Il trasformatore a carico lo studiamo a partire dal secondario. La corrente $\bar{I}_2$ attraversa le N_2 spire creando la fmm $\bar{M}_2 = N_2 I_2$ che per la legge di LENTZ tende ad opporsi al flusso ϕ del primario che la ha causata.

Il flusso ϕ è imposto dalla tensione $\bar{E}_1$ che fa equilibrio alla $\bar{E}_1'$, quindi essendo trascurabile la corrente $\bar{I}_0$ e la sua caduta su $\dot{z}_1$ allora $\bar{E}_1' \simeq \bar{V}_1$. Quindi quella che troviamo al secondario è imposto dalla corrente al primario. Ne consegue che al primario dovrà per forza fluire oltre alla $\bar{I}_0$ una corrente $\bar{I}_{12}$ tale che percorrendo le N_1 spire, crei una f.m.m. $N_1\bar{I}_{12}$ che neutralizzi l'effetto di reazione della corrente $\bar{I}_2$.

$$\boxed{N_1\bar{I}_{12} = -N_2\bar{I}_2}$$

DA cui si RICAVA:

$$\boxed{\frac{\bar{I}_{12}}{\bar{I}_2} = -\frac{N_2}{N_1}}$$

Da queste relazioni si ricava l'importante equazione che definisce la corrente del secondario riferito al primario.

$$\boxed{\bar{I}_{12} = -\frac{N_2}{N_1}\bar{I}_2}$$

QUINDI A CARICO CIRCOLA NEL PRIMARIO LA CORRENTE

$$\boxed{\bar{I}_1 = \bar{I}_0 + \bar{I}_{12}}$$

$\bar{I}_{12}N_1 = -N_2\bar{I}_2$

moltiplicando ogni addendo per N_1 si ottiene

$$\underbrace{\bar{I}_1 N_1}_{M_0} = \underbrace{\bar{I}_0 N_1}_{M_1} + \bar{I}_{12}N_1 \qquad \bar{I}_{12}N_1 = \underbrace{-N_2\bar{I}_2}_{M_2}$$

Se ne ricava

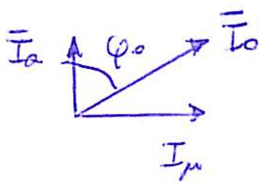
$$\boxed{M_0 = M_1 + M_2}$$

Quindi si deduce che la corrente I_0 produce a vuoto gli stessi effetti che sviluppano le correnti $\bar{I}_1$ e $\bar{I}_2$ a carico, e quindi la tensione sull'avvolgimento secondario $\bar{V}_2$

Nei trasformatori a vuoto, trascurando la caduta $\dot{Z}_1 \bar{I}_0$ rispetto a $\bar{V}_1$ si ricava la corrente a vuoto in funzione della caduta di alimentazione. La riluttanza R_0 è complessa a causa delle perdite nel ferro del nucleo: ne consegue che la corrente $\bar{I}_0$ non è in fase con Φ_M ed è sfasata di un angolo $\varphi_0 < \frac{\pi}{2}$ rispetto alla tensione $\bar{E}_1'$ presentando due componenti

- $\bar{I}_a$, in fase con $\bar{E}_1'$ (componente attiva della corrente a vuoto), ad essa corrisponde la potenza attiva $E_1' I_a$ che compensa le perdite nel ferro
- $\bar{I}_\mu$ in quadratura con $\bar{E}_1'$ e quindi in fase con $\bar{\Phi}_M$ (componente magnetizzante della corrente a vuoto); ad essa corrisponde la potenza reattiva $E_1' I_\mu$ necessaria per magnetizzare il nucleo e produrre il flusso

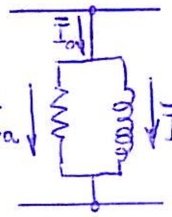
$$\bar{I}_0 = \bar{I}_a + \bar{I}_\mu$$



vale quindi $\cos\varphi_0 = \dfrac{\bar{I}_a}{I_0}$

$\cos\varphi_0$ si chiama fattore di potenza a vuoto.

Il circuito che riassume le due componenti è:



Al primario e al secondario valgono le relazioni

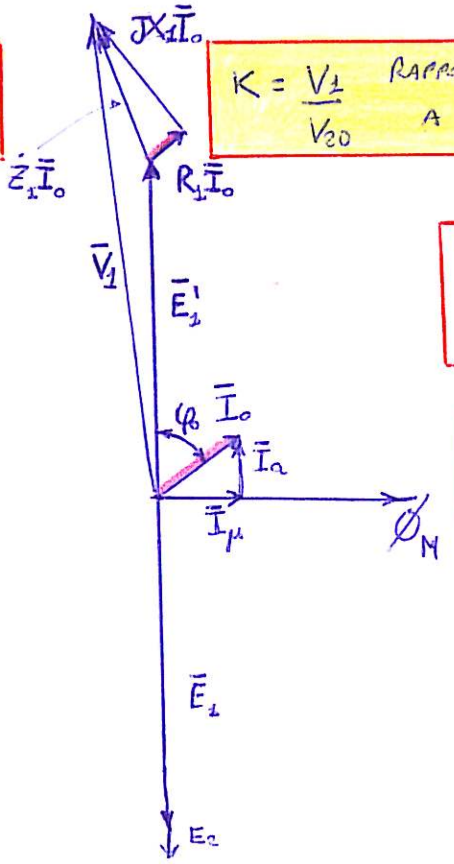
$$\begin{cases} \bar{E}_1 = -J\omega \bar{\Phi} N_1 \\ \bar{E}_2 = -J\omega \bar{\Phi} N_2 \end{cases}$$

dividendo membro a membro $\dfrac{\bar{E}_1}{\bar{E}_2} = \dfrac{-J\omega\Phi N_1}{-J\omega\Phi N_2}$ da cui $\boxed{\dfrac{\bar{E}_1}{\bar{E}_2} = \dfrac{N_1}{N_2}}$

si definisce quindi:

$\boxed{n = \dfrac{N_1}{N_2}}$ RAPPORTO SPIRE

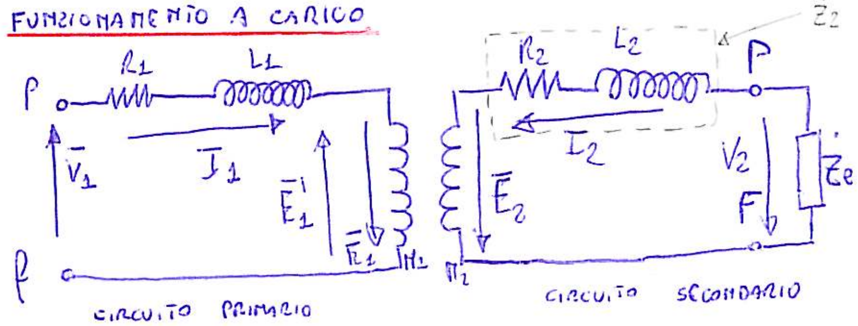
$\boxed{K = \dfrac{V_1}{V_{20}}}$ RAPPORTO DI TRASFORMAZIONE A VUOTO



A VUOTO
$$\boxed{\frac{V_1}{V_{20}} \approx -\frac{\bar{E}_1}{\bar{E}_2}}$$

$$\boxed{\frac{V_1}{V_{20}} = K \approx n}$$

FUNZIONAMENTO A CARICO



$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{E}_2}{\dot{Z}_2 + \dot{Z}_e}$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{E}_2}{(R_2 + R_e) + j(X_2 + X_e)}$$

Lo studio del trasformatore monofase a carico si sviluppa analizzando il circuito secondario. Consideriamo la corrente $\bar{I}_2$, essa da origine alla forza magneto motrice $\bar{M}_2$

$$\boxed{\bar{M}_2 = N_2 \bar{I}_2}$$

tale forza magneto motrice, per la legge di Lenz tende ad opporsi alla causa che la ha generata, cioè il flusso principale $\bar{\emptyset}$.

Il flusso $\bar{\emptyset}$ che origina $\bar{M}_2$ è imposto dalla tensione $\bar{E}_1$ che fa equilibrio alla $\bar{E}'_1$, cioè a parte la caduta di tensione generalmente modesta dovuta al passaggio di corrente nel primario, è imposta "M_2" dalla tensione impresa $\bar{V}_1$ del primario ad ampiezza costante.

Deve quindi necessariamente fluire nel primario oltre alla ~~corrente~~ $\bar{I}_0$ una corrente $\bar{I}_{12}$ che percorrendo le N_1 spire del primario crei una f. m. m. $N_1 \bar{I}_{12}$ che neutralizzi l'effetto di reazione della corrente $\bar{I}_2$

$$\boxed{N_1 \bar{I}_{12} = -\bar{M}_2 = -N_2 \bar{I}_2}$$

Equazione dell'equilibrio magnetico

da cui si ricava

$$\frac{I_{12}}{I_2} = -\frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \boxed{\bar{I}_{12} = -\frac{N_2}{N_1}\bar{I}_2}$$

CORRENTE DEL SECONDARIO RIFERITA AL PRIMARIO

nel circuito primario quindi vale la relazione

$$\boxed{\bar{I}_1 = \bar{I}_0 + \bar{I}_{12}}$$

se la relazione $\overline{I}_1 = \overline{I}_0 + \overline{I}_{12}$ la moltiplichiamo per N_1 otteniamo

$$N_1 \overline{I}_1 = \overline{I}_0 N_1 + I_{12} N_1$$

mettiamo in evidenza $\overline{I}_0$ e aggiustiamo i segni:

$$I_0 N_1 = N_1 I_1 - I_{12} N_1$$

per la legge di Lenz vale $-I_{12} N_2 = I_2 N_2$

quindi rimane

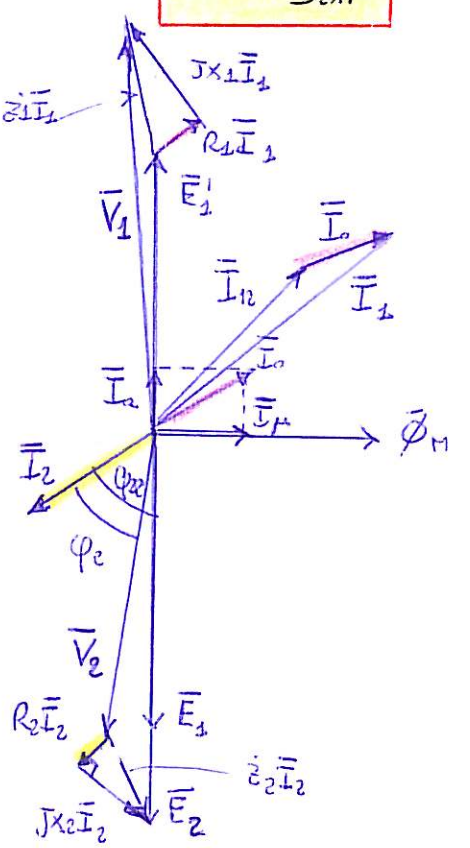
$$\boxed{I_0 N_1 = N_1 I_1 + I_2 N_2}$$

$$\overline{M}_0 = \overline{M}_1 + \overline{M}_2$$

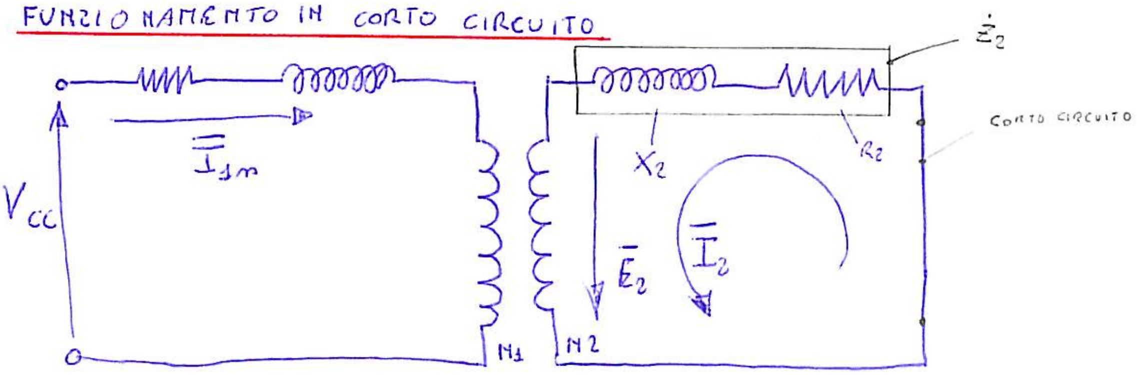
$\overline{I}_{1n}$ e $\overline{I}_{2n}$ sono i valori per il quale il trasformatore è dimensionato quando durante il normale funzionamento il trasf. eroga una corrente $\overline{I}_2$ minore della corrente $\overline{I}_{2n}$ allora definiamo il grado di carico:

$$\boxed{\alpha = \frac{I_2}{I_{2n}}}$$

GRADO DI CARICO



FUNZIONAMENTO IN CORTO CIRCUITO



nel funzionamento in corto circuito l'impedenza del carico esterno al secondario risulta nulla, quindi $\dot{Z}_c = 0$ ne consegue $\bar{V}_2 = 0$

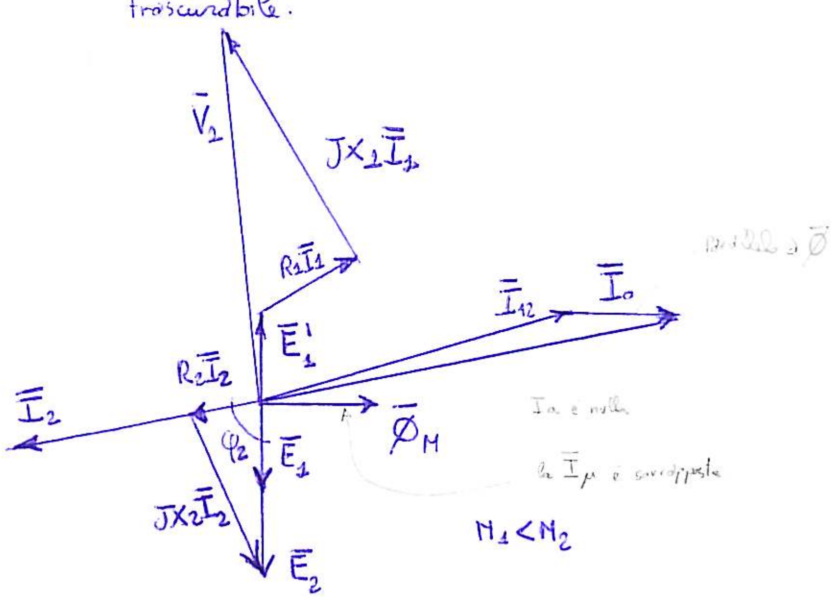
La corrente $\bar{I}_2$ è quindi data dallo studio della maglia del secondario secondo la legge di Kirchhoff.

$$\bar{I}_2 \dot{Z}_2 - \bar{E}_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \bar{I}_2 = \frac{\bar{E}_2}{\dot{Z}_2} \quad \text{ovvero} \quad \bar{I}_2 = \frac{\bar{E}_2}{R_2 + J X_2}$$

Tale corrente può essere studiata in modulo con l'usuale metodo per i complessi

$$|\bar{I}_2| = \frac{E_2}{\sqrt{R^2 + X_2^2}} \quad \text{in fase rispetto a } \bar{E}_2 \quad \varphi_2 = \arctang \frac{X_2}{R_2}$$

La corrente I_{12} è molto maggiore della corrente I_0 che risulta quindi trascurabile.



Definiamo la tensione di corto circuito V_{1cc} come la tensione ridotta ad una opportuna percentuale secondo la quale circolano nel primario e nel secondario le correnti nominali I_{1n} e I_{2n}

$$\boxed{V_{cc} = \frac{V_{1cc}}{V_{1n}}} \qquad \boxed{V_{cc}\% = \frac{V_{1cc}}{V_{1n}} 100}$$

CIRCUITI EQUIVALENTI

$$\boxed{R_{12} = m^2 R_2}$$

RESISTENZA SECONDARIA RIFERITA AL PRIMARIO

$$\boxed{X_{12} = m^2 X_2}$$

REATTANZA DEL SECONDARIO RIFERITA AL PRIMARIO

$$\boxed{\dot{Z}_{1e} = m^2 \dot{Z}_e}$$

IMPEDENZA DEL SECONDARIO RIFERITA AL PRIMARIO

$$\frac{N_1}{N_2} = m$$

RAPPORTO SPIRE

$$\boxed{V_{12} = -m V_2}$$

TENSIONE DEL SECONDARIO RIFERITA AL PRIMARIO

Per tenere conto delle componenti attiva $\bar{I}_a$ e magnetizzante $\bar{I}_\mu$ della corrente a vuoto $\bar{I}_0$, l'impedenza $\dot{Z}_0$ può essere rappresentata come il parallelo di una resistenza R_0 e di una reattanza X_0 tali che

$$\boxed{\bar{I}_a = \frac{\bar{E}_1'}{R_0}} \qquad \boxed{\bar{I}_\mu = \frac{\bar{E}_1'}{jX_0}}$$

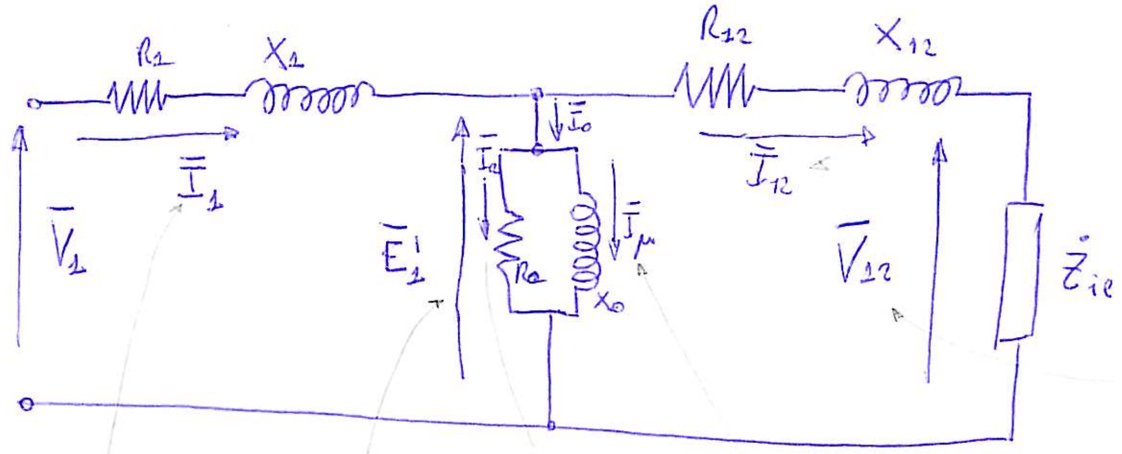
$$I_0 = I_\mu + I_a$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_0 + \bar{I}_{12}$$

$$i_0 = \frac{I_0}{I_{1n}}$$

$$i_0\% = \frac{I_0}{I_{1n}} 100$$

CIRCUITO EQUIVALENTE DEL TRASFORMATORE RIFERITO AL PRIMARIO



corrente del secondario riferita al primario (stesso ordine di grandezza della corrente $\bar{I}_1$)

tensione del secondario riferita al primario.

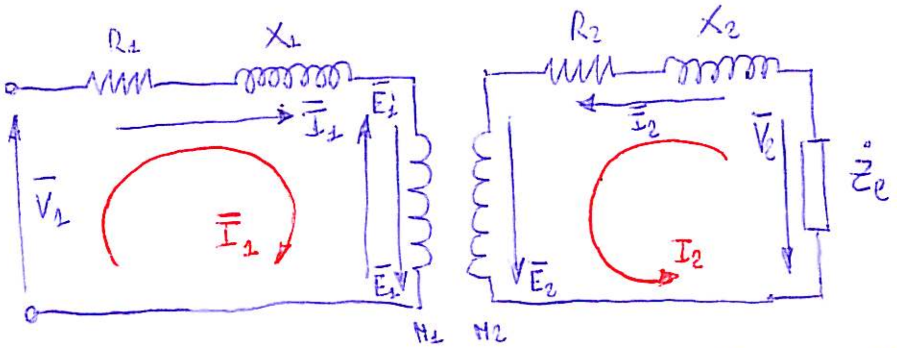
corrente del primario

Tensione invertita di segno presente ai capi del trasformatore ideale

componente attiva della corrente $\bar{I}_0$ che genera una perdita di potenza attiva

(crea il flusso) componente magnetizzante della corrente a vuoto $\bar{I}_0$ che da luogo alla potenza reattiva persa

COME SI OTTIENE IL CIRCUITO EQUIVALENTE



Si analizzano le due maglie del circuito primario e secondario.
secondo Kirchhoff.

$$\begin{cases} \bar{I}_1 R_1 + J_1 X_1 \bar{I}_1 + \bar{E}_1' - \bar{V}_1 \\ \bar{I}_2 R_2 + \bar{I}_2 J X_2 - \bar{E}_2 + V_2 \end{cases} \qquad \begin{cases} \bar{V}_1 = \bar{I}_1 R_1 + \bar{I}_1 J X_1 - \bar{E}_1 \\ \bar{E}_2 = \bar{I}_2 R_2 + \bar{I}_2 J X_2 + \bar{V}_2 \end{cases}$$

$\bar{V}_2 = \bar{I}_2 \dot{Z}_e$

dalla seconda moltiplico tutti i membri per $-\frac{N_1}{N_2}$

$$-\frac{N_1}{N_2}\bar{E}_2 = -\bar{I}_2 R_2 \frac{N_1}{N_2} - \bar{I}_2 J X_2 \frac{N_1}{N_2} - \bar{I}_2 \dot{Z}_e \frac{N_1}{N_2}$$

$\bar{I}_2 = -\frac{N_1}{N_2}\bar{I}_{12}$

$$-\frac{N_1}{N_2}\bar{E}_2 = \bar{I}_{12}\frac{N_1}{N_2}\frac{N_1}{N_2}R_2 + \bar{I}_{12}\frac{N_1}{N_2}\frac{N_1}{N_2}JX_2 + \bar{I}_{12}\frac{N_1}{N_2}\cdot\frac{N_1}{N_2}\dot{Z}_e$$

$$-\bar{E}_1 = \bar{I}_{12}\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_2 + \bar{I}_{12}\left(\frac{N_1}{N_2}\right) JX_2 + \bar{I}_{12}\left(\frac{N_1}{N_2}\right)\dot{Z}_e$$

Posto $\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_2 = R_{12}$ $\quad \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 X_2 = X_{12}$ $\quad \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \dot{Z}_e = Z_{e2}$

$$\boxed{-\bar{E}_1 = \bar{I}_{12}R_{12} + \bar{I}_{12}JX_{12} + \bar{I}_{12}\dot{Z}_{1e}}$$

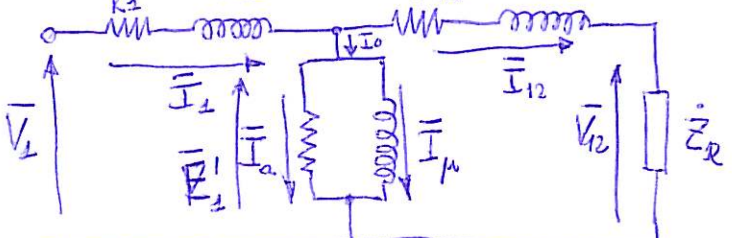
ora possiamo sostituire la relazione trovata nella prima del sistema iniziale.

$$\bar{V}_1 = \bar{I}_1 R_1 + \bar{I}_1 J X_1 + \overbrace{\bar{I}_{12}R_{12} + \bar{I}_{12}JX_{12} + \underbrace{\bar{I}_{12}\dot{Z}_{1e}}_{\bar{V}_{12}}}^{-\bar{E}_1}$$

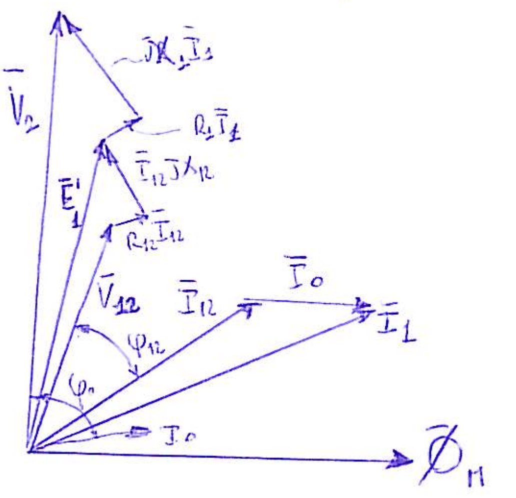
sistemiamo raccogliendo a fattore comune:

$$\bar{V}_1 = \bar{I}_1(R_1 + JX_1) + \bar{I}_{12}(R_{12} + JX_{12}) + \bar{I}_{12}\dot{Z}_{1e}$$

questo consente di rappresentare il circuito tutto riferito al primario.



Il diagramma vettoriale relativo al funzionamento a carico del circuito semplificato si trova tutto nel primo quadrante.

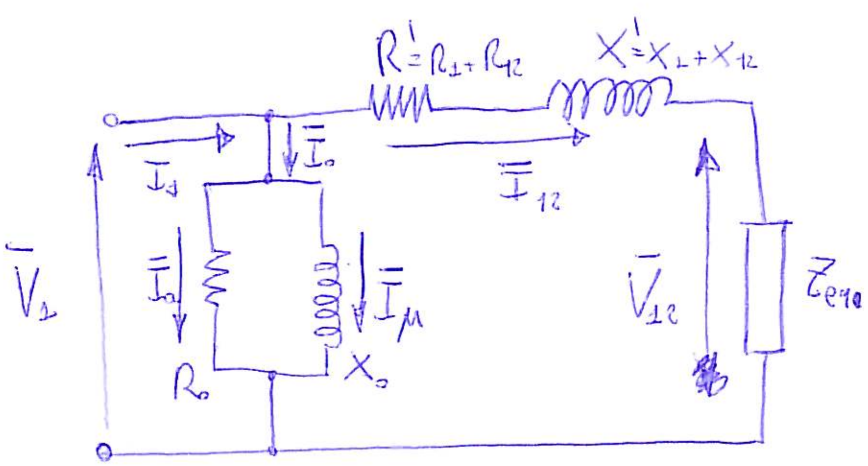


- Le cadute di tensione al primario sono piccole rispetto alla tensione impressa $\bar{V}_1$
- Le cadute di tensione al secondario sono piccole rispetto alla $\bar{V}_2$ cioè $R_{12}\bar{I}_{12}$ e $jX_{12}\bar{I}_{12}$
- Il flusso $\bar{\emptyset}_M$ al variare del carico varia solo in maniera trascurabile quindi spesso si può ritenere costante così anche la $\bar{I}_0$

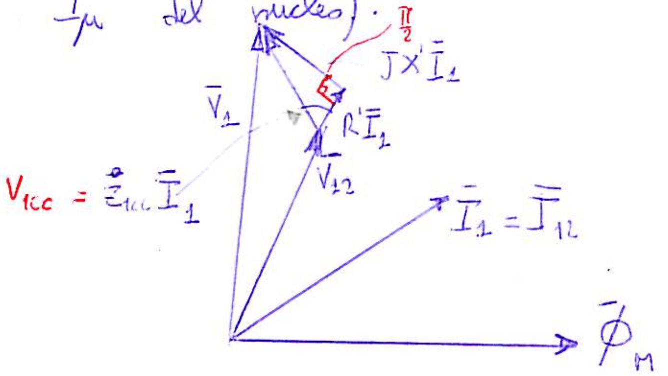
NE CONSEGUE CHE: si può ulteriormente semplificare il circuito equivalente se si ammette una ulteriore approssimazione.
Riferiamo quindi la resistenza degli avvolgimenti al primario, come anche la reattanza degli stessi.

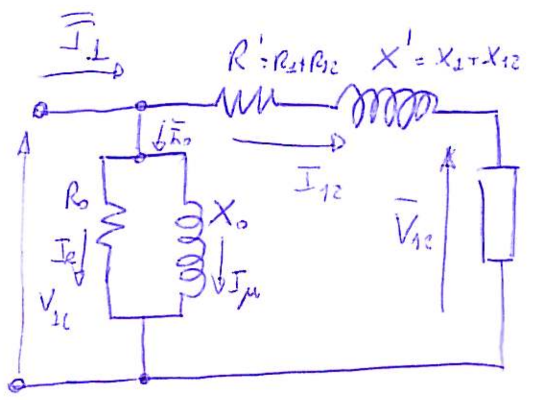
$$\boxed{R' = R_1 + R_{12}} \quad \text{e} \quad \boxed{X' = X_1 + X_{12}}$$

così che il ramo derivato della corrente a vuoto $\bar{I}_0$ è connesso direttamente all'ingresso

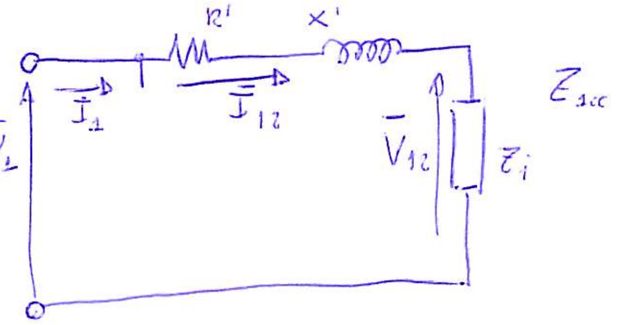


È possibile trascurare $\bar{I}_0$ nel modello quando questo risulta molto più piccolo di $\bar{I}_1$ e $\bar{V}_{12}$ (ma comunque presente perchè serve la componente magnetizzante $\bar{I}_\mu$ del nucleo).





$$\dot{Z}_{12} = (R_{12} + jX_{12})$$



$$\boxed{\dot{Z}_{1cc} = \dot{Z}_1 + \dot{Z}_{12}}$$

IMPEDENZA DI CORTO CIRCUITO RIFERITA AL PRIMARIO.

$$\boxed{\cos\varphi_{cc} = \frac{R'_1}{Z_{1cc}}}$$

Fattore di potenza di corto circuito.

$$\bar{V}_{1cc} = \dot{Z}_{1cc}\bar{I}_{1n}$$

IMPORTANTE: TRASFORMATORE IDEALE E POTENZA NOMINALE

Le cadute di tensione al primario e al secondario piccole rispetto a V_1 e V_{12} si può scrivere $\bar{V}_1 \approx \bar{V}_{12}$

$$\frac{V_1}{V_2} \approx \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_{12}}$$

essendo I_0 piccola rispetto I_1 e I_{12}

$$\boxed{V_1 I_1 \approx V_2 I_2 = P_a}$$

Relazione che evidenzia lo scopo della macchina, ovvero trasferire energia dal primario al secondario (Potenza sull'unità di tempo) modificando tensioni e correnti.

> Il trasformatore ideale è una macchina elettrica statica trasparente alla potenza elettrica trasferita.

$$\boxed{P_n = V_{1n} I_{1n} = V_{2n} I_{2n}}$$

Potenza nominale

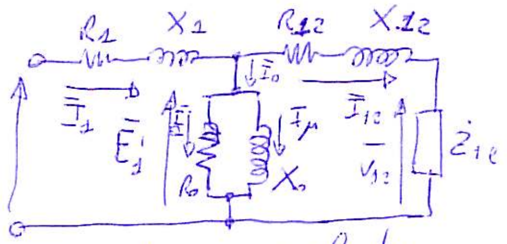
$$\alpha_p = \frac{P_a}{P_n} = \frac{V_2 I_2}{V_{2n} I_{2n}} = V_2 \alpha$$

grado di carico

Determinazione dei parametri del circuito equivalente

- Determinazione sperimentale
- Determinazione in sede di progetto.

RIFERSI A



DETERMINAZIONE SPERIMENTALE

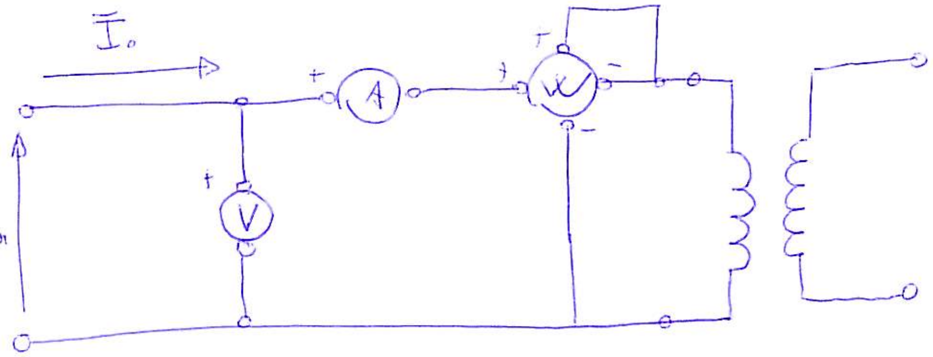
L'approssimazione appropriata dei parametri del circuito equivalente qui disegnato si ricavano con due prove: 2) A CARICO
1) A VUOTO

La prima prova è **PROVA A VUOTO** per trovare R_0 e X_0

Alimentare il primario con $\bar{V}_n$, lasciare aperto il secondario.

Tutta la corrente passa attraverso il ramo in derivazione.

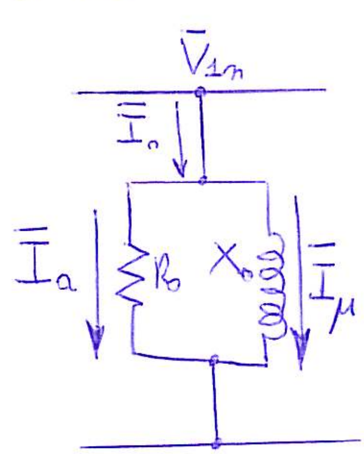
Essendo R_1 e X_1 molto piccoli rispetto a R_0 e X_0 si può ritenere che tutta la tensione applicata ai morsetti sia applicata alla derivazione.



Si considerino gli strumenti come ideali cioè a consumo nullo.

Si misura $\bar{V}_{1n}$ e la corrente a vuoto $\bar{I}_0$ e la potenza assorbita a vuoto P_0

essendo $\boxed{P_0 = \frac{V_{1n}^2}{R_0}}$ si ricava facilmente $\boxed{R_0 = \frac{V_{1n}^2}{P_0}}$



$$\boxed{\bar{I}_a = \frac{\bar{V}_{1n}}{R_0}}$$

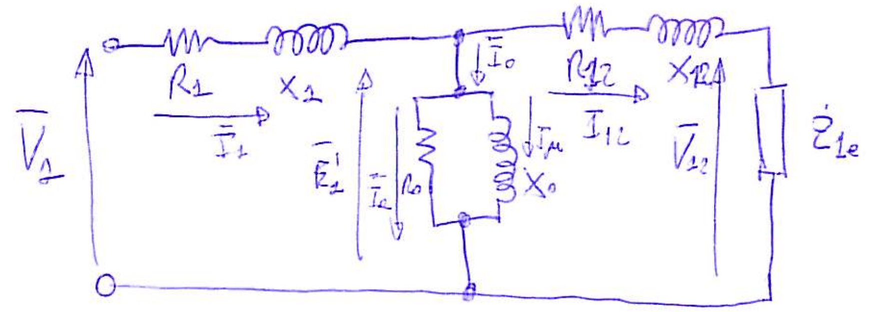
$$\boxed{I_\mu = \sqrt{\bar{I}_0^2 - \bar{I}_a^2}}$$

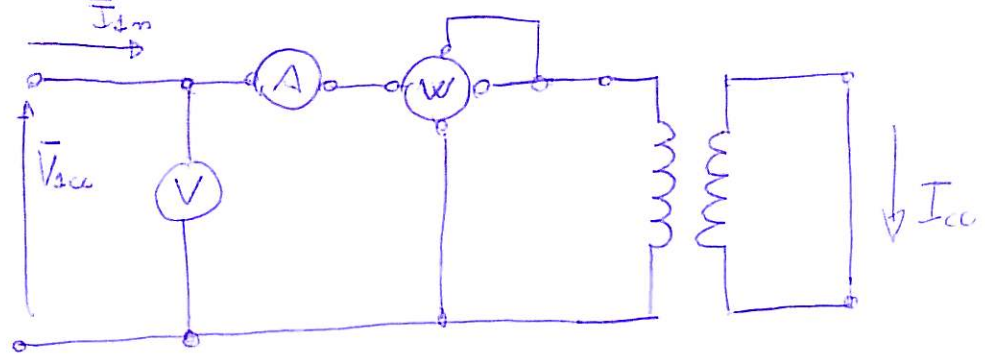
$$I_\mu = \frac{V_{1n}}{X_0}$$

La reattanza X_0 però non è direttamente misurabile così la ricaviamo

$$X_0 = \frac{V_{1n}}{I_\mu}$$

PROVA IN CORTO CIRCUITO — Per trovare R' e X'





Essendo il secondario chiuso in corto circuito si alimenta il primario all'opportuna tensione $\bar{V}_{1cc}$ che fa circolare in esso la $\bar{I}_{1n}$. Quindi il trasformatore può funzionare in queste condizioni anche indefinitamente.

$\bar{I}_0$ è molto piccola rispetto alla $\bar{I}_{1n}$ quindi si trascura.

La caduta di tensione avviene tutta su $R' = R_1 + R_{12}$ e su $X' = X_1 + X_{12}$

Viene misurata la $\bar{V}_{1cc}$ e la corrente primaria $\bar{I}_{1n}$ (considerando gli strumenti ideali). e la potenza di corto circuito P_{cc}

Essendo $\boxed{P_{cc} = R' I_{1n}^2}$ si ricava

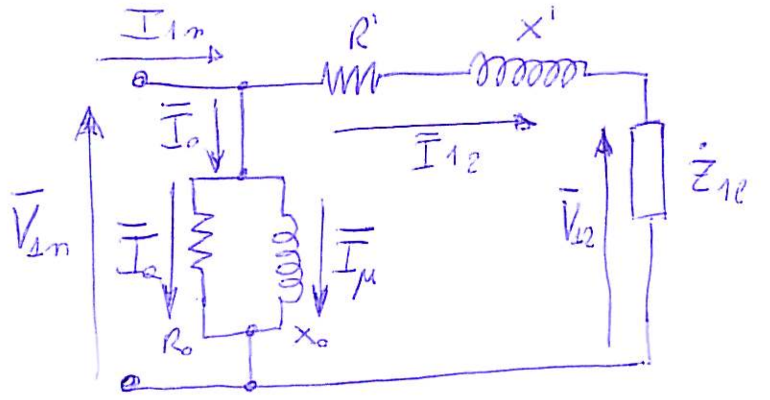
$$\boxed{R' = \frac{P_{cc}}{I_{1n}^2}} \qquad \boxed{\dot{Z}_{1cc} = \frac{V_{1cc}}{I_{1n}}}$$

ma la reattanza che non può essere direttamente misurata sarà calcolata tramite i fasori

$$\boxed{X' = \sqrt{Z_{1cc}^2 - R'^2}}$$

DETERMINAZIONE IN SEDE DI PROGETTO

CI SI RIFERISCE AL MODELLO SEMPLIFICATO



$R' = R_1 + R_{12}$

$X' = X_1 + X_{12}$

Calcolo di R_0 è ricavabile dalla relazione $R_0 = \dfrac{V_{1n}^2}{P_0}$.

Poiché la tensione V_{1n} è un dato del problema, il calcolo di R_0 richiede la determinazione delle perdite a vuoto P_0.
Se si considera un nucleo a colonne con circuito magnetico di lunghezza l e sezione S costante, e induzione uniforme, risulta:

S = sezione costante del nucleo

$$\boxed{P_0 = P_{0S} \cdot S \cdot l \cdot \gamma}$$

densità del materiale di cui è costituito il nucleo.

l = lunghezza del circuito magnetico

P_{0S} = perdite nel ferro per unità di peso (la dà il fornitore dei lamierini)

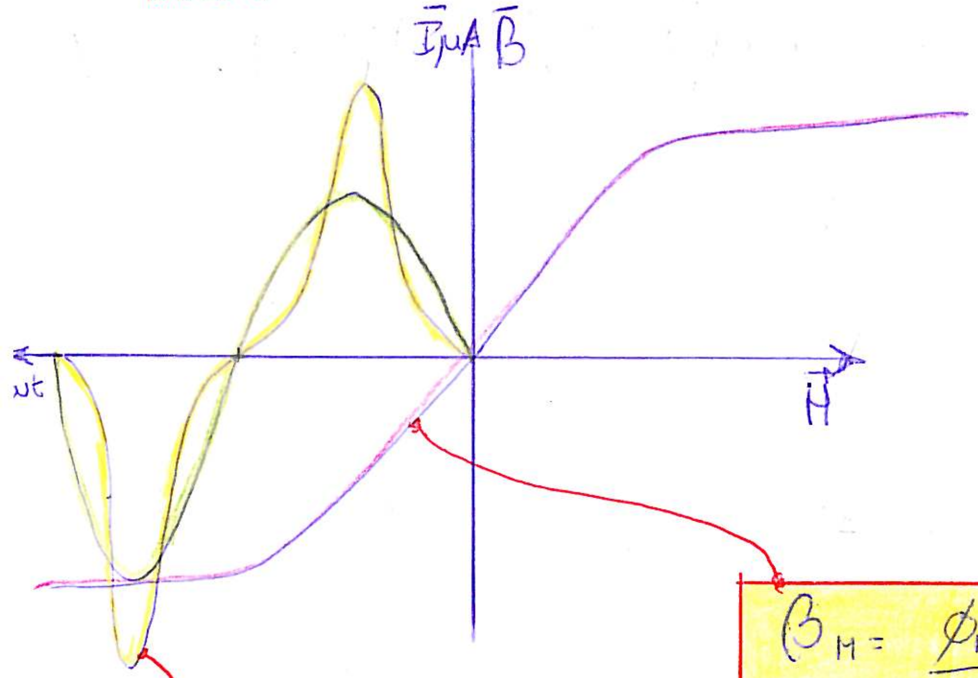
Poi trovo R_0

$$\boxed{R_0 = \frac{V_{1n}^2}{P_0}}$$

Calcolo di X_0 è dato dal rapporto $X_0 = \dfrac{V_{1n}}{I_\mu}$ pertanto bisogna trovare il valore efficace di $\overline{I}_\mu$.
Considerato un nucleo a colonne a S costante e lunghezza l, si trascurino le perdite per isteresi. La caratteristica di magnetizzazione che esprime l'andamento di dell'induzione $\overline{B}$ nel nucleo è data da: in funzione del campo H.

$$\boxed{\overline{V}_{1n} = -\overline{E}_1 = j\omega \frac{\overline{\Phi}_M N_1}{\sqrt{2}}}$$

TRASCURANDO LE PERDITE



$\vec{B} = B_M \operatorname{sen} \omega t$

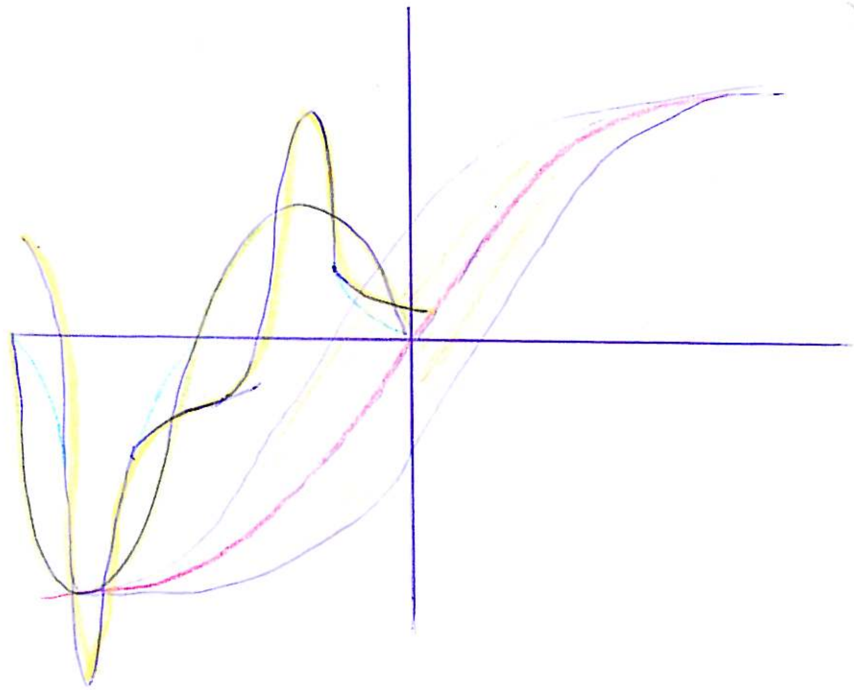
$\bar{B}$ in funzione di $\vec{H}$, ovvero caratteristica di magnetizzazione

corrente di magnetizzazione $\bar{I}_\mu$

$$\boxed{B_M = \frac{\phi_M}{S} = \frac{V_{1n}}{4.44\, f N_1 S}}$$

$$\boxed{I_\mu = \frac{H \cdot l}{N_1}}$$

SENZA TRASCURARE LE PERDITE (PER ISTERESI)



ciclo di isteresi

curva di prima magnetizzazione

corrente magnetizzante $\bar{I}_\mu$ (non più simmetrica ma ancora scomponibile in serie di Fourier)

Percorso precendente della I_μ (senza dispersioni)

calcolo di $R' = R_1 + R_{12}$

$$R' = R_1 + R_{12} = \frac{P_{cc1}}{I_{1n}^2} + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \frac{P_{cc2}}{I_{2n}^2} = \frac{P_{cc}}{I_{1n}^2}$$

I_{1n} è un dato del problema ma non lo è P_{cc1} e P_{cc2} che vanno ricavate

P_{cc1} e P_{cc2} sono dovute all'effetto Joule sul primario e sul secondario.

$$\boxed{P_{cc1} = K_1 \rho \delta_{1n}^2 S_1 l_1} \qquad \boxed{P_{cc2} = K_2 \rho \delta_{2n}^2 S_2 l_2}$$

lunghezza conduttore del primario
sezione del conduttore del primario
densità di corrente
resistività dei conduttori
coefficienti che tengono conto delle perdite addizionali per effetto Joule delle correnti parassite indotte nei conduttori per causa dei flussi dispersi.

Calcolo di $X' = X_1 + X_2$ essa viene determinata in base all'energia immagazzinata dal campo magnetico, 1) nei conduttori avvolti a solenoide, 2) nel volume del nucleo.

1) $W = \frac{1}{2} L I^2$ nelle induttanze

2) $dW = \frac{1}{2} H \cdot B \cdot dv$ nel volume metallico

La reattanza di dispersione X' è associata a $X_{12} \to L_{12}$ presa come induttanza totale $L = L_1 + L_{12}$

$$X_1 + X_{12} = X = \omega L$$

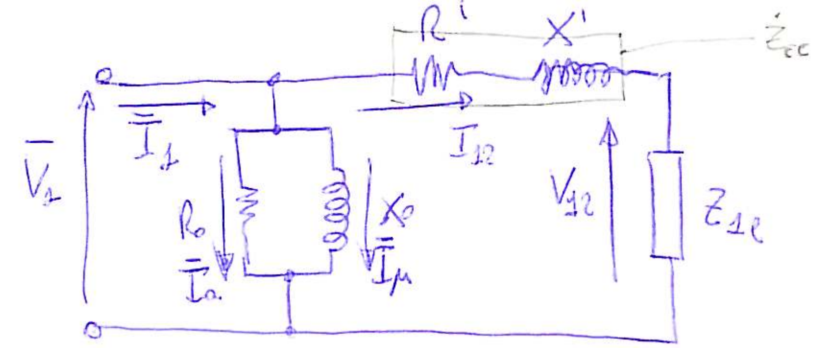
Integro l'espressione energetica sul volume.

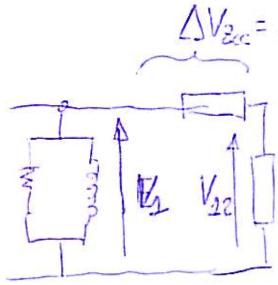
$$\boxed{\frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \int_V H \cdot B \, dV}$$

$$\frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} H B V \quad \Rightarrow \quad \boxed{L = \frac{HBV}{I^2}}$$

VARIAZIONE DI TENSIONE DA VUOTO A CARICO

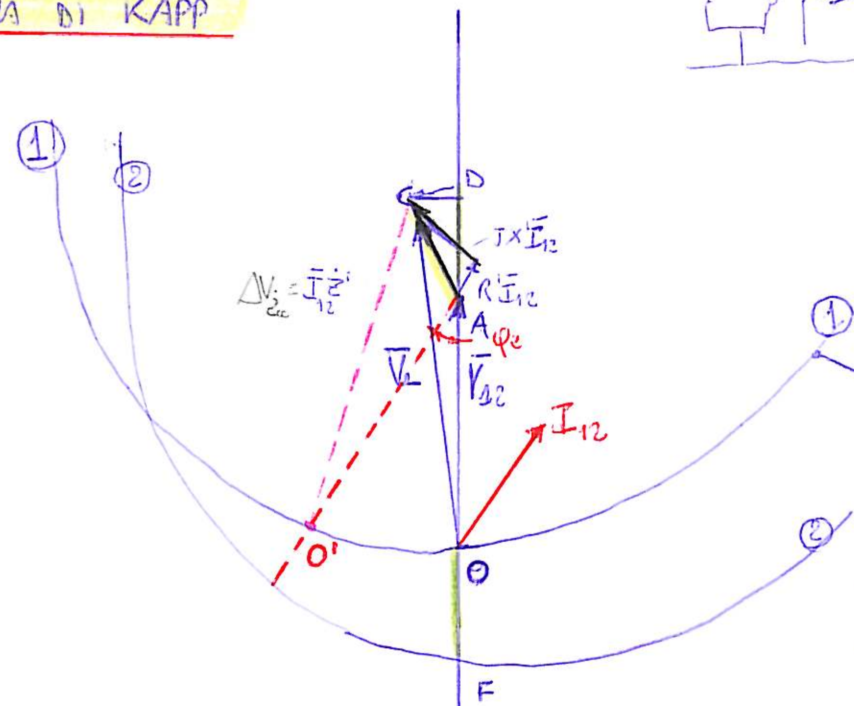
considerare il circuito semplificato sottostante:





$$\boxed{\Delta V_{Zcc} = V_1 - V_{12}}$$

DIAGRAMMA DI KAPP



① centro C e raggio $\overline{CO}$ (si traccia per prima)

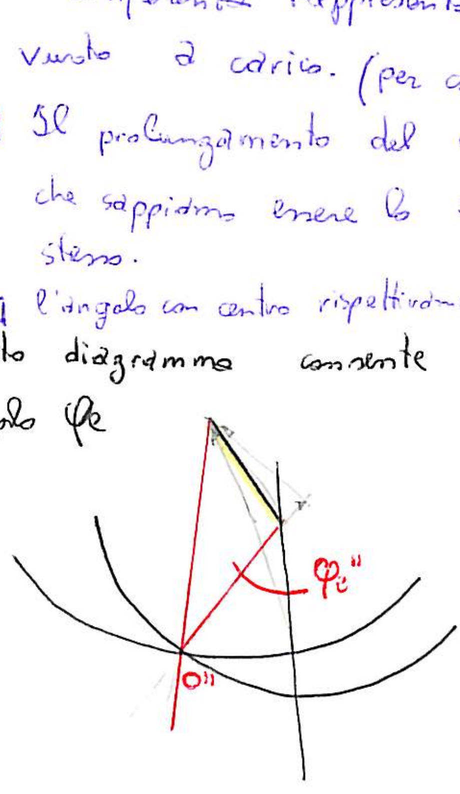
② si traccia poi la circonferenza con lo stesso raggio con centro in A

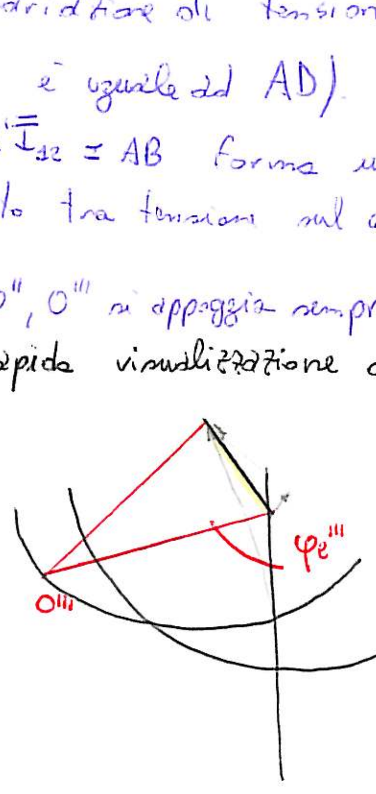
Il segmento $\overline{OF}$ che si trovava subito dopo aver tracciato la seconda circonferenza rappresenta la variazione di tensione ΔV_{12} da vuoto a carico. (per costruzione è uguale ad AD).

Il prolungamento del vettore $R'\bar{I}_{12} = AB$ forma un angolo che esprime φ_e che sappiamo essere lo sfasamento tra tensione sul carico e la corrente sullo stesso.

l'angolo con centro rispettivamente O', O'', O''' si appoggia sempre in $\bar{I}_1 \dot{Z}_{1cc} = \Delta V_{Zcc}$

Questo diagramma consente una rapida visualizzazione della variazione ΔV_{12} variando l'angolo φ_e





Si dimostra con la trigonometria applicata ai vari segmenti del diagr. di Kapp. che vale la seguente relazione per la caduta di tensione ΔV_{12} tra vuoto e carico. (vedi pag 29 MORINI)

$$\Delta V_{12} \approx R' I_{12} \cos\varphi_e + X' I_{12} \operatorname{sen}\varphi_e + \frac{X' I_{12} \cos\varphi_e - R' I_{12} \operatorname{sen}\varphi_e}{2 V_1}$$

L'ultimo addendo è trascurabile (si accetta di trascurarlo) si ottiene quindi la relazione pratica da usare negli esercizi.

$$\Delta V_{12} \approx R' I_{12} \cos\varphi_e + X' I_{12} \operatorname{sen}\varphi_e$$

Inoltre essendo piccola la I_0 rispetto la corrente I_{12} allora posso sostituire la I_{12} con la I_1 (come si vede dal modo del circuito semplificato).

$$\boxed{\Delta V_{12} \approx R' I_{12} \cos\varphi_e + X' I_{12} \operatorname{sen}\varphi_e}$$

$$\boxed{\Delta V_{12} \approx R' I_1 \cos\varphi_e + X' I_1 \operatorname{sen}\varphi_e}$$