FORMULARIO A-Z

$$\vec{F}_e = K_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \cdot \vec{u}_r \qquad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \qquad \vec{F}_e = q\vec{E} \qquad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{u}_r$$

$$\vec{E} = -\nabla V$$

$$W = \int_A^B \vec{F}\cdot ds = \int_A^B q\vec{E}\circ ds = q\int_A^B \vec{E}\circ ds = q\int_A^B \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\cdot u_r ds = \frac{qq}{4\pi\varepsilon_0}\int_A^B \frac{1}{r^2}ds$$

$$= \frac{qq}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_A^B = q\left(V_A - V_B\right)$$

DA CUI SI DEDUCE CHE L'ENERGIA POTENZIALE È ESPRIMIBILE MOLTIPLICANDO IL POTENZIALE PER LA CARICA

$\frac{W}{q} =$ Volt il potenziale invece è il lavoro su unità di carica.

Lo stesso risultato si ottiene moltiplicando il campo E per la distanza a cui si vuole calcolare il potenziale

$$\vec{E}r = V$$

$$\phi(E)_\Sigma = \oint_\Sigma \vec{E}\cdot\vec{u}_N\, d\Sigma = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma\Sigma}{\varepsilon_0} = \frac{\rho Vol}{\varepsilon_0}$$

se ho il flusso posso trovare il campo $\vec{E}$.

$$\phi(E)_\Sigma = \oint_\Sigma \vec{E}\cdot\vec{u}_N\, d\Sigma = \vec{E}\oint_\Sigma \vec{u}_N\, d\Sigma = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\oint_\Sigma d\Sigma = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

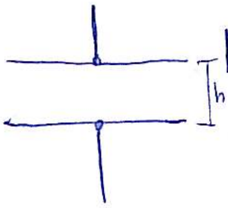
$$\phi(E)_\Sigma = \vec{E}\Sigma \Rightarrow \vec{E} = \frac{\phi(E)}{\Sigma}$$

FORMA DIFFERENZIALE DEL TEOREMA DI GAUSS

$$\phi(E)_\Sigma = \oint_\Sigma \vec{E}\cdot\vec{u}_N\, d\Sigma = \oint_V \nabla\cdot\vec{E}\, dV = \int_V \frac{\rho\, dV}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{\nabla\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$

CONDENSATORI

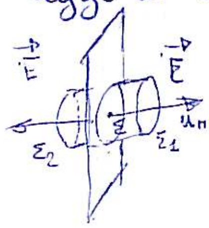


$h\vec{E} = V$

$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{\sigma\Sigma}{V_1 - V_2} =$

$\vec{E} = 2\underbrace{\frac{\sigma}{\varepsilon_0 2}}_{\text{CAMPO DI UN PIANO}} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

il campo elettrico $\vec{E}$ sul condensatore si calcola con la legge di GAUSS



$\phi(\vec{E}) = \int_{\Sigma_1} \vec{E} u_n d\Sigma_1 + \int \vec{E} u_n d\Sigma_2 + \underbrace{\int \vec{E} u_n d\Sigma}_{0}$ $\quad \cos\frac{\pi}{2} = 0$

$= E\int_{\Sigma_1} d\Sigma_1 + E\int_{\Sigma_2} d\Sigma_2$

$= 2\vec{E}\Sigma = \frac{\sigma\Sigma}{\varepsilon_0}$

DA CUI $\vec{E} = \frac{\sigma\cancel{\Sigma}}{\varepsilon_0\cancel{\Sigma}2}$

$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 2}$

Il potenziale del piano indefinito è

$\vec{E}_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 2}$

ciò deriva anche dalla formula

$\vec{E} = -\nabla V$

Distribuzione sferica di cariche.
Il campo si trova con GAUSS

$\phi(E)_\Sigma = \oint_\Sigma \vec{E}\cdot\vec{u}_n d\Sigma = \vec{E}\oint_\Sigma d\Sigma = \vec{E}4\pi r^2 = \frac{q_{TOT}}{\varepsilon_0}$ dove $Q_{TOT} = \sigma\Sigma$

Se ho il flusso trovo il campo dividendolo per Σ

$\vec{E} = \frac{\phi(E)_\Sigma}{4\pi r^2}$

Se ho la densità di carica σ trovo il campo con la formula

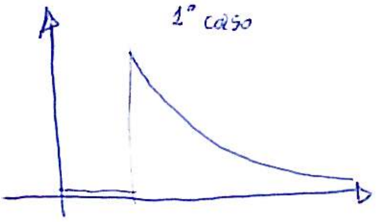
$\vec{E} = \frac{\sigma\Sigma}{\varepsilon_0 4\pi r^2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

Devo ora distinguere i casi, raggio superficie di GAUSS minore del raggio della sfera, raggio della superficie di GAUSS maggiore della sfera o uguale.

Per $r > a$ è come se tutta la carica fosse concentrata nel centro e quindi vale

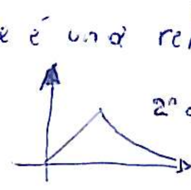
$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0}$

1° caso



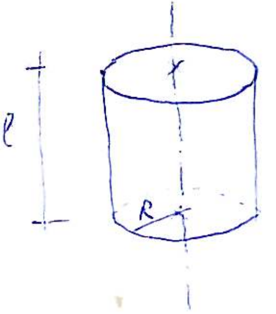
Per $r < a$ è come se tutto dipendesse dal tipo di distribuzione di carica.
se la carica è tutta nella superficie il campo $\vec{E}$ è nullo, se invece è uniformemente distribuita vale:

$E = \frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0 a^3}$ che è una retta



2° caso.

campo generato da una distribuzione cilindrica di carica.



supponiamo la carica distribuita sulla superficie

$$\lambda = \frac{q}{l} \qquad \phi(\vec{E})_\Sigma = \oint_\Sigma \vec{E} \cdot u_n \, d\Sigma = \vec{E} \oint_\Sigma d\Sigma = \vec{E} \, 2\pi r \cdot l = \frac{Q_{TOT}}{\varepsilon_0}$$

DA CUI $\vec{E} = \frac{Q_{TOT}}{2\pi r l \varepsilon_0}$ essendo $Q_{TOT} = \lambda l$ si ha

$$\vec{E} = \frac{\lambda \cancel{l}}{2\pi r \cancel{l} \varepsilon_0} = \frac{\lambda}{2\pi r \varepsilon_0}$$

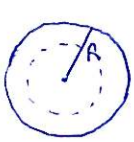
che corrisponde alla carica concentrata tutta sull'asse del cilindro.

Per $r < R$ si hanno due casi.

1° Distribuzione superficiale di carica che implica campo interno nullo a causa del fatto che non ci sono cariche racchiuse.

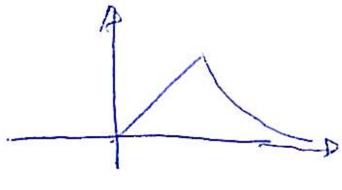
2° Distribuzione volumetrica di carica

Applicare GAUSS alla sezione (si può fare perché il campo è radiale) 5

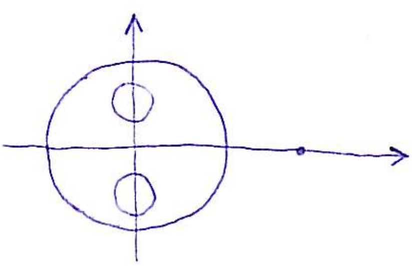


$$\phi(E)_\Sigma = \oint \vec{E} \cdot u_n d\Sigma = \vec{E} \oint_\Sigma \Sigma = \frac{q'_{int}}{\varepsilon_0} \qquad q'_{int} = \lambda l$$

$$2\pi r L E = -\frac{q'}{\varepsilon_0} \qquad \vec{E} = \frac{-q'}{2\pi r L \varepsilon_0} \qquad \vec{E} = \frac{\lambda r}{2\pi \varepsilon_0 a^2}$$



Per i volumi di cariche "non uniformi, cioè con buchi" si applica il principio di sovrapposizione



Vettore Polarizzazione.

È il momento di dipolo per unità di volume. $P = p n$ ed è proporzionale al campo elettrico $\vec{E}$. ne deriva.

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E} \qquad \chi_e = \text{suscettività elettrica.}$$

è la risposta del materiale al campo elettrico E

$$\vec{P} \parallel \vec{E}$$

Essendo $\vec{P} \parallel \vec{E}$ si ha che essa è perpendicolare alla superficie.

La carica per unità di superficie di un pezzo di materiale polarizzato è uguale alla componente della polarizzazione P nella direzione della normale alla superficie del corpo.

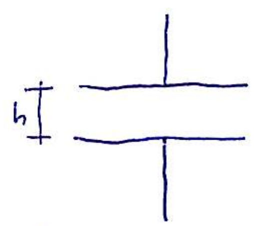
$$P_N = P \cos\theta = \sigma_p$$

Collegamento Campo Elettrico sulla superficie di un conduttore con la carica elettrica superficiale

condensatore piano

La d.d.p. viene fuori dall'integrazione del campo $\vec{E}$ nell'usuale maniera.

$$q\int_+^- \vec{E}\cdot ds = q(V_1 - V_2) \Rightarrow qE\underbrace{\int_+^- ds}_{h} = q(V_1 - V_2)$$



con GAUSS trovo il campo $\vec{E}$

per ogni armatura

$$\phi(E)_\Sigma = \oint_\Sigma \vec{E}\cdot u_N \, d\Sigma = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0} \qquad q_{in} = \sigma\Sigma \qquad V = E\cdot h$$

$$\Downarrow$$

$$2\vec{E}\int_\Sigma d\Sigma = 2E\Sigma = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0} \Rightarrow 2E\Sigma = \frac{\sigma\Sigma}{\varepsilon} \Rightarrow \boxed{E_{pian} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$

Il campo totale è dato dalla somma dei campi per ogni singola armatura, cioè sparisce il due a denominatore.

$$\boxed{\vec{E}_{cond} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

La capacità di un condensatore piano è data dal rapporto

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2}$$ e si misura in Farad.

La carica $Q = \sigma \Sigma$.

La densità di carica di polarizzazione è uguale alla componente normale del vettore P $\quad P = \varepsilon_0 \chi \vec{E} \quad \chi = (K_e - 1)$

$$\sigma_p = \vec{P} \cdot \vec{u}_n$$

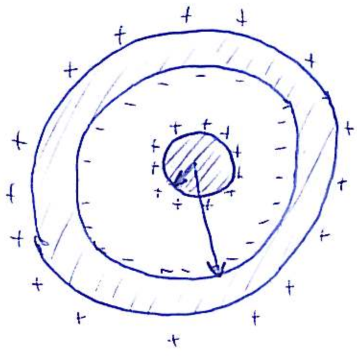
nei condensatori piani vale $\boxed{\frac{V'}{V_0} = \frac{E'}{E_0}}$

Il campo dopo l'inserimento del dielettrico in un condensatore piano vale:

$$E' = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma_P}{\varepsilon_0} \Rightarrow E' = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0}$$

CONDENSATORE SFERICO

$$V_1 - V_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}$$



$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{\cancel{Q}}{\frac{\cancel{Q}}{4\pi\varepsilon_0} \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}} = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}}$$

$$U_e = \frac{Q^2}{2C}$$ che è il lavoro speso
si è fatto l'integrale $W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{q^2}{2C}$

In generale l'energia interna di un condensatore si può scrivere come funzione della carica e della capacità.