

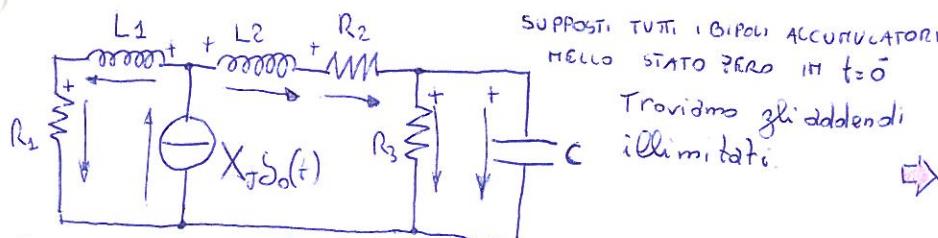
## PAG 538 Determinazione pratica delle tensioni impulsive di ordine zero.

Per trovare le ampiezze  $H_{12}$  e  $H_{21}$  degli impulsi di ordine uno si applica LKC e LKT e le equazioni di bipoli alla rete ridotta di ordine uno per le tensioni impulsive di ordine uno, (in presenza di correnti impresse impulsive di ordine zero).

Le ampiezze  $A_R$ ,  $A_L$  e  $A_J$  degli impulsi di tensione di ordine zero possono poi ricercarsi mediante la compensazione delle tensioni impulsive di ordine zero in presenza di correnti impresse di ordine zero, che consiste nella applicazione delle LKC e LKT e delle equazioni di bipoli.

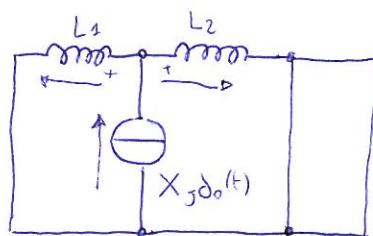
Alla rete ridotta per le tensioni impulsive di ordine zero (in presenza di corrente impresa impulsiva di ordine zero).

INFINE RISOLVENDO LA RETE <sup>di tutti i bipoli passivi</sup> SI POSSONO DETERMINARE LE CORRENTI IMPULSIVE SUI CONDENSATORI E LE RELATIVE DISCONTINUITÀ DI TENSIONE.



È presente il generatore <sup>di corrente</sup> impulsivo di ordine zero  $J(t) = X_J \delta_0(t)$

NELLA RETE ORIGINALE È PRESENTE UN GENERATORE DI CORRENTE IMPULSIVO



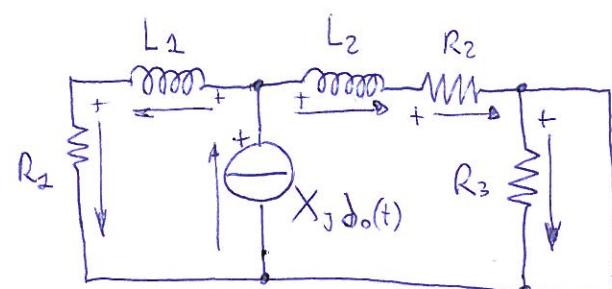
Rete ridotta per gli impulsi di tensione di ordine 1

$$\begin{cases} \text{L.K.C} \\ \text{al nodo} & X_{L1} + X_{L2} = X_J \\ \text{L.K.T} & H_{12} \delta_1 = V_J = L_1 X_{L1} \delta_1(t) = L_2 X_{L2} \delta_1(t) \end{cases}$$

da cui si ricava

$$X_{L1} = \frac{L_2}{L_1 + L_2} X_J$$

$$X_{L2} = \frac{L_1}{L_1 + L_2} X_J$$



con questi risultati possiamo costruire la rete ridotta per gli impulsi di tensione di ordine zero, su cui scrivere L.K.C per le correnti di ordine zero

$$X_{12} \delta_1(t) = \frac{L_2 L_2}{L_1 + L_2} X_J \delta_1(t)$$

$$\rightarrow A_{i12} + A_{i22} = A_J = 0$$

risolvendo si ricavano le ampiezze di tali tensioni di ordine zero e le corrispondenti discontinuità di corrente

$$\Delta_{R1} = \frac{L_1}{L_1 + L_2} (\Delta_{R2} - \Delta_{R1}) \quad \Delta_{L2} = \frac{L_2}{L_1 + L_2} (\Delta_{R2} - \Delta_{R1})$$

$$\Delta_J = \frac{L_2 \Delta_{R2} + L_1 \Delta_{R1}}{L_1 + L_2}$$

$$\Delta_{i12} = \frac{\Delta_{R2} - \Delta_{R1}}{L_1 + L_2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} X_{R1} = X_{L1} \quad X_{R2} = X_{L2} \quad X_{R3} = 0 \\ \Delta_{R1} = R_1 X_{L1} \quad \Delta_{R2} = R_2 X_{L2} \\ \Delta_{R3} = 0 \end{array} \right.$$

Per si scrive LKT e si vede che gli induttori devono essere nede anche di tensioni di ordine zero tali da:

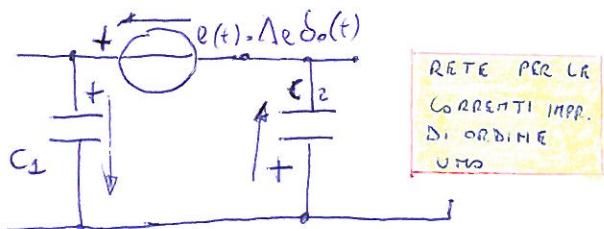
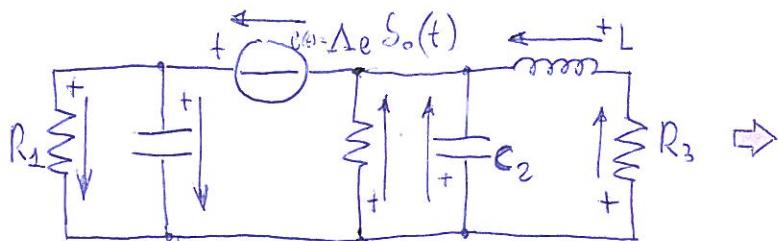
$$\Delta_J = \Delta_{R1} + \Delta_{L1} = \Delta_{R2} + \Delta_{L2}$$

Le tensioni impulsive sono associate a discontinuità nelle correnti  $\Delta_{i12} = \frac{\Delta_{L1}}{L_1}$  e  $\Delta_{i22} = \frac{\Delta_{L2}}{L_2}$  per le quali vale la seguente equazione di nodo

## Pag 533 Determinazione pratica delle correnti impulsive di ordine zero

bisogna applicare LKC e LKT alla rete ridotta per le correnti impulsive di ordine uno (oltre alle equazioni di bipolo) in presenza di tensioni impulsive di ordine zero. Le ampiezze  $X_R$ ,  $X_C$ ,  $X_L$  degli impulsi di corrente di ordine zero si trovano con la compensazione delle correnti impulsive di ordine zero (in presenza di tensioni impulsive impulsive di ordine zero), che consiste nell'applicazione delle LKC e LKT e delle equazioni di bipolo alla rete ridotta per le correnti impulsive di ordine zero in presenza di tensioni impulsive di ordine zero.

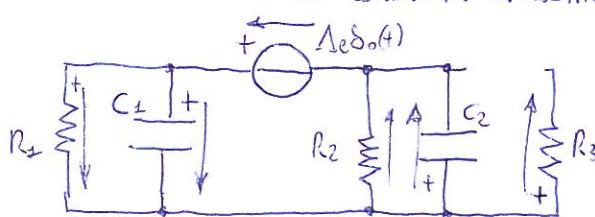
INFINE RISOLVENDO LA RETE COMPLETA DI TUTTI I BIPOLI PASSIVI SI POSSONO DETERMINARE LE TENSIONI IMPULSIVE SUGLI INDOUTTORI E QUINDI LE RELATIVE DISCONTINUITÀ DI CORRENTE



sulla rete per le correnti impulsive di ordine 1 si scrivono LKT (per le tensioni impulsive di ordine 1) e LKC (per le correnti impulsive di ordine 1).

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta C_1 + \Delta C_2 = \Delta e \quad \text{LKT (Fanno il loro effetto insieme)} \\ K_1 \delta_1(t) = i_e = C_1 \Delta C_1 \delta_1(t) = C_2 \Delta C_2 \delta_1(t) \quad \text{LKC} \end{array} \right.$$

Si costruisce quindi la rete ridotta per gli impulsi di corrente di ordine zero



Ora si scrivono le LKT per le tensioni di ordine zero

$$\Delta R_1 = \Delta C_1$$

$$\Delta R_2 = \Delta C_2$$

$$\Delta R_3 = 0$$

Applicando la legge di Kirchhoff si ottengono le ampiezze X degli impulsi di corrente di ordine zero

$$X_{R_1} = \frac{\Delta C_1}{R_1}$$

$$X_{R_2} = \frac{\Delta C_2}{R_2}$$

$$X_{R_3} = 0$$

$$X_e = X_{R_1} + X_{C_1} = X_{R_2} + X_{C_2}$$

Perché non in serie

Nel nodo aperto vi è comunque una corrente discontinua ( $\Delta i_L$ ) infatti si ha:  $\Delta C_2 = \Delta R_3 + \Delta L = \Delta L$

quindi  $\Delta i_L = \frac{1}{L} \int_{0^-}^{0^+} \Delta C_2 \delta_1(t) dt$  (il lato non protetta componente illimitata di corrente)

vengono sostituiti con interruttori aperti tutti i bipoli che non tollerano correnti impulsive di ordine 1 ovvero (resistenze, induttori, generatori ideali di corrente, e interruttori che aprono).

Quindi ritroviamo  $\Delta C_1, \Delta C_2, K_1$

$$\Delta C_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} \Delta e$$

$$\Delta C_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \Delta e$$

$$K_1 \delta_1(t) = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \Delta e \delta_1(t)$$

$$X_{C_1} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} (X_{R_2} - X_{R_1})$$

$$X_{C_2} = \frac{C_2}{C_1 + C_2} (X_{R_1} - X_{R_2})$$

$$X_e = \frac{C_1 X_{R_2} - C_2 X_{R_1}}{C_1 + C_2}$$

$$\Delta V_{C_1} = -\Delta V_{C_2} = \frac{X_{R_2} - X_{R_1}}{C_1 + C_2}$$

- I) Identificare il regime della rete, STAZIONARIO e SINUSOIDALE prima della eventuale commutazione di interruttori.  
Di solito questa informazione è contenuta nel testo dell'esercizio.  
I momenti antecedenti alla chiusura degli interruttori sono indicati tramite il tempo  $t < 0$ . Studiare la rete in stazionario o sinusoidale con la topologia associata a  $t < 0$ .
- II) Studio in  $t = 0$ , Determinare i dati iniziali (correnti degli induttori e tensioni dei condensatori in  $t = 0^+$ ) e degli eventuali impulsi nelle uscite: I, valori iniziali di  $V_C$  se i<sup>l</sup> differiscono dai dati iniziali solo se sono presenti correnti impulsive in  $C$  e tensioni impulsive in  $L$ .
- III) Verificare se i generatori (il generatore) sono limitati o se contengono addendi impulsivi.  $J, J(t), E, E(t)$  sono GEM LIMITATI  
 $\Delta_e \Delta_0(t)$  generatore con addendo impulsivo di tensione dove  $\Delta$  è l'ampiezza dell'impulso in tensione  
 $X_J \Delta_0(t)$  generatore con addendo impulsivo di corrente dove  $X$  è l'ampiezza dell'impulso di corrente.

NOTA BENE: Il pedice del  $S_{(x)}$  indica l'ORDINE dell'addendo impulsivo. Se ampiezze  $\Delta_e$  e  $X_J$  si determinano tramite le reti ridotte per lo studio di correnti e tensioni impulsive pag 533 per  $X_J$  e pag 539 per le  $\Delta_e$  (libro giallo)

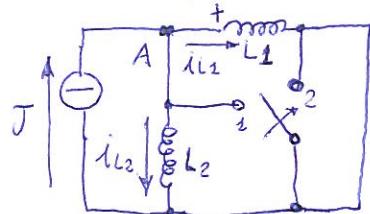
- IV) Correnti impulsive in C: devono essere verificate le condizioni necessarie, esse sono presenti se esiste una maglia di rete  $C, E$  ed interruttori che chiudono.  
Se non ci sono correnti impulsive di questo tipo allora in quel lato non c'è discontinuità per  $V_C(t)$ :

$$V_C(0^-) = V_C(0^+) = R J$$

- V) Tensioni impulsive in L: deve essere verificata la condizione necessaria, ovvero esiste almeno un insieme di taglio formato solo da  $L, J(t)$  ed interruttori che aprono, e con  $J(0^+) \neq 0 = J$  con conseguente variazione topologica della rete e causa dell'apertura dell'interruttore.

VI) Ricavare la rete ridotta e applicare la compensazione degli impulsi.  
 Che consiste tipicamente in una LKC e qualche nodo e una LKT e una maglia. Quale nodo e quale maglia dipende dalla topologia della rete.  
 Si ottiene un sistema di equazioni.

Esempio: data la rete già ridotta:



$$\text{LKC al nodo } A \text{ in } 0^+ \quad J = i_{L1}(0^+) + i_{L2}(0^+)$$

$$\text{LKT alla maglia } L_1, L_2 \text{ in } 0 \quad X_2 S_0(t) = A_1 S_1 t$$

è evidente che in questa rete ridotta si può ricavare  $i_{L1}$  e  $i_{L2}$  con il partitore di tensione.

$$X_{L1} = \frac{X_J}{(L_1 + L_2)} \cdot L_2$$

$$X_{L2} = \frac{X_J}{(L_1 + L_2)} \cdot L_1$$

La "tensione" può essere ottenuta dalla legge di OHM.

$$X_2 S_1(t) = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \times X_J S_1(t)$$

In alternanza  $[(L_1 L_2) \cdot X_J S_1(t)]$  fa le veci di una tensione, mentre  $(L_1 + L_2)$  di una impedenza.

$$\left. \begin{aligned} X_J S_1(t) &\rightarrow I \\ (L_1 L_2) X_J S_1(t) &\rightarrow V \\ L_1 + L_2 &\rightarrow R \end{aligned} \right\}$$

$$V = RI \Rightarrow I = \frac{V}{R}$$

## EQUAZIONI DI BIPOLO (AZIONE CAPACITIVA → CORRENTI IMPULSIVE)

In un circuito con capacità varie, nel condensatore

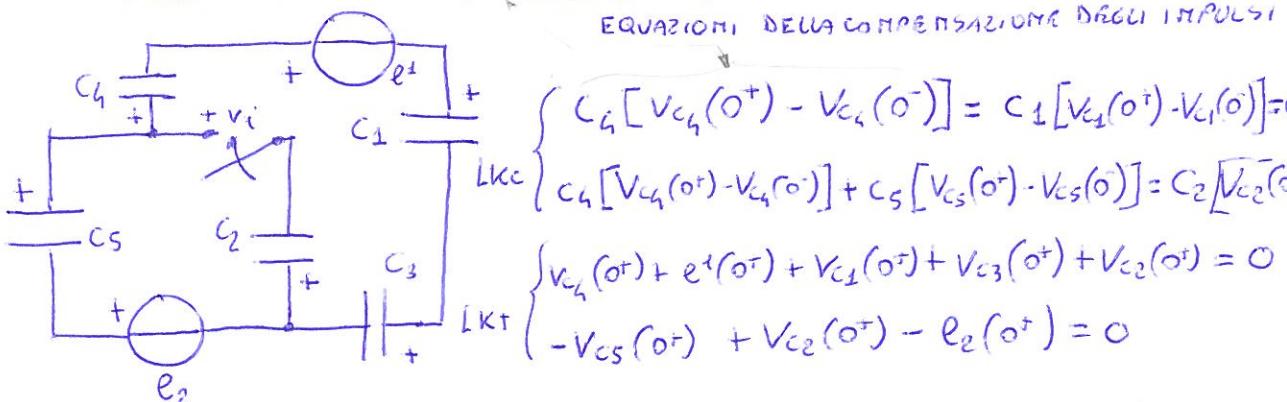
$$X_c \delta_c(t) = C \Delta V_c(0) \delta_c(t) = C V_{c_0}(0^+) \delta_c(t)$$

$$V_c(0^+) = V_c(0^-) + \Delta V_c(0)$$

ampiezze delle correnti impulsive  
nei condensatori

$$X_c = C [V_c(0^+) - V_c(0^-)]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{COMPENSAZIONE DEGLI IMPULSI DI CORRENTE} \\ \text{IN PRESENZA DI TENSIONI IMPRESSE LIMITATE} \\ \sum \pm C [V_c(0^+) - V_c(0^-)] + \sum X_e + \sum \pm X_i = 0 \\ \text{LKC} \\ \sum \pm V_c(0^+) = \sum \mp e(0^+) \\ \text{LKT} \\ \text{GENERATORI DI SINGOLO} \end{array} \right.$$



si nota che la prima L.K.C. dice che  $i_{c_4} = i_{e_1} = i_{c_1} = i_{c_3}$  essendo tutti in serie, e escludendo il generatore  $e_1$ .

Queste 5 equazioni (sembrano 6 ma sono 5) permettono di trovare i valori iniziali dopo l'istante critico di chiusura,  $V_{c_1}(0^+)$ ,  $V_{c_2}(0^+)$ ,  $V_{c_3}(0^+)$ ,  $V_{c_4}(0^+)$ ,  $V_{c_5}(0^+)$

## EQUAZIONI DI BIPOLE (AZIOMI INDUCTIVE $\rightarrow$ TENSIONI IMPULSIVE)

In un insieme di taglio induttivo, composto da soli induttori L, generatori J di tipo non limitato che impulsivo, interruttori che dicono, vale l'equazione di bipolo

$$\Delta i_L s_o(t) = L \Delta i_L(0) s_o(t) = L i_{L0}(0^+) s_o(t)$$

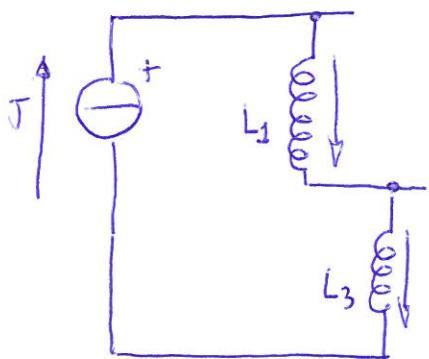
NOTE IMPORTANTI 26/10/2007

Se equazioni di compensazione sono basate sull'ampiezza dell'impulso

$\Delta$  = ampiezza impulso di tensione

$X$  = ampiezza impulso di corrente

esempio



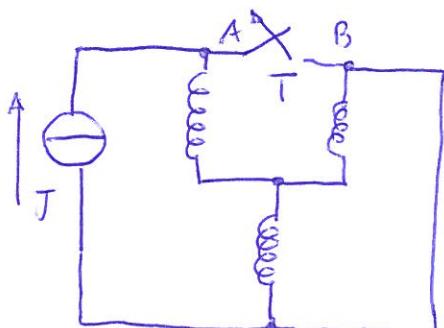
Sia messa in evidenza la maglia formata dai bipoli  $J, L_1, L_3$ .

L'equazione di Kirchhoff scritta sulla maglia relativa alla compensazione è:

$$\Delta_J = \Delta_{i_1} + \Delta_{L_2}$$

Supposto che le correnti ruotino come in Figura.

Secondo esempio



Considerata questa maglia ridotta ottenuta da una rete originale, l'interruttore  $T$  si trova in parallelo al generatore  $J$ , si verifica quindi che:

$LKT \quad J, T$

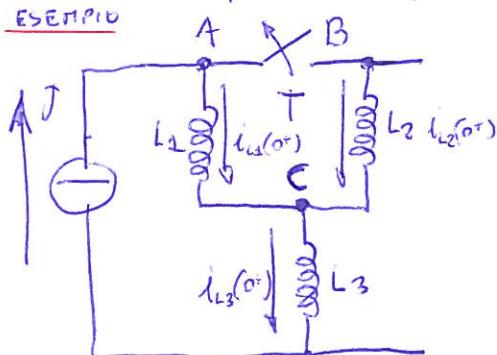
$$\Delta_J = A_{AB}$$

Riportando quindi l'ampiezza dell'impulso ai capi dell'interruttore che apre la maglia

Le equazioni di compensazione possono essere scritte per qualsiasi maglia capacitiva come per qualsiasi insieme di taglio induttivo della rete ridotta per correnti e tensioni impulsive.

Se lequazioni di compensazione ai nodi hanno l'aspetto di LKC (Leggi di Kirchhoff per le correnti) specificate per l'istante  $t^+$  ovvero appena dopo l'evento critico.

#### ESEMPIO



nell'istante  $t = t^+$  l'interruttore è aperto quindi possiamo considerare  $i_{L1}(t^+) = J$  quindi abbiamo:

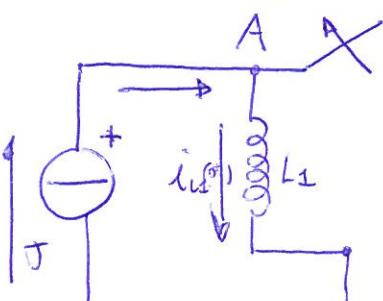
EQUAZIONE  
DI COMPENSAZIONE

$$i_{L3}(t^+) = i_{L1}(t^+) + i_{L2}(t^+)$$

sostituendo si ha:

$$i_{L3}(t^+) = J + i_{L2}(t^+)$$

#### Secondo esempio



scriviamo l'equazione di compensazione dell'impulso di corrente al nodo A

$$i_{L1}(t^+) = J$$

NOTA BEME Le equazioni di compensazione possono essere scritte per tensioni/correnti o per tensioni impulsive/correnti impulsive. ovvero, semplicemente in  $\Delta$  o  $\times$  oppure in  $\Delta \delta_o(t)$  e  $\times \delta_o(t)$

Basterà quindi aggiungere l'impulso  $\delta_o(t^+)$  scrivendo le LKT o le LKC nella stessa maniera.

#### CONCLUSIONE

Le equazioni di compensazione non sono altro che un sistema di LKC e LKT ai nodi e delle molte eventualmente aggiungendo dove è presente l'impulso  $\delta_o(t^+)$  di arrolanza zero